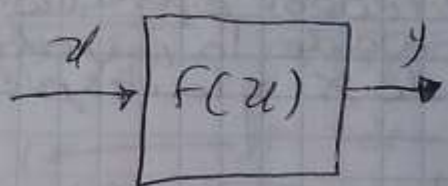
APUNTES DISEÑO DE CONTROLADORES

Diseño de Controladores

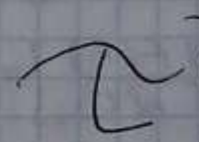
Prof: [redacted] D-002

mail: [redacted]

$$\frac{dy}{dt} + 5y = 10u \qquad i = c\frac{dv}{dt}$$

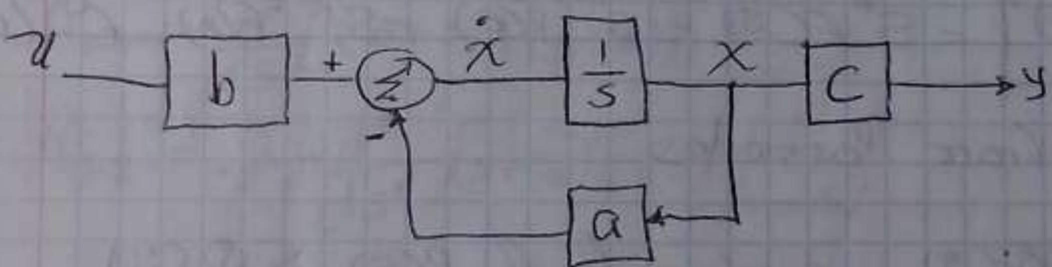


$$v = \frac{1}{c}\int i(t)\,dt.$$



LOS CARACTERIZA

$\tau = \frac{1}{a}$



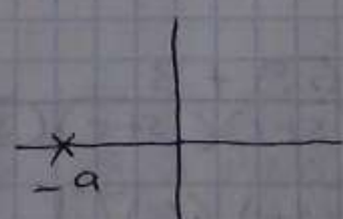
$\tau = 63.02\%$

$$\dot{x}(t) = -a\,x(t) + b\,u(t)$$

$$y(t) = c\,x(t)$$

$$sx + ax + bu = 0$$

$$x(s+a) = bu$$



$$\frac{x}{u} = \frac{b}{(s+a)} \qquad x = \frac{b}{s+a} \qquad s = j\omega$$

$$y = c\,x = c\,\frac{b}{s+a} \qquad s = -a$$

j = Part. imaginaria

w = frec. angular $[\text{rad}/s]$

$a \in \mathbb{R}_+$ es el ancho de banda del sistema

b es la ganancia del sistema

c es la ganancia de un amplificador operacional que acopla de manera adecuada la impedancia entre la variable de estado x y la respuesta del sistema y.

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = SF(S) - \lim_{t \to 0} f(t) = SF(0) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = S^n F(S) - S^{n-1} f(0) - S^{n-2} f'(0) \ldots f^{(n-1)}(0)$$

Exp. en frac. Parciales

$$C'(S) = \frac{Q(S)}{P(S)}, \text{ si el grado de } P(S) > Q(S)$$

$$P(S) = S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0$$

PROBLEMA.

$$G(S) = \frac{5S+3}{(S+1)(S+2)(S+3)}$$

~~5S+3~~ $A = \left[(S+1)\, G(S)\right]\Big|_{S=-1} = \frac{5S+3}{(S+2)(S+3)}\Big|_{S=-1} = -\frac{2}{2} = -1$

$B = \left[(S+2)G(S)\right]\Big|_{S=-2} = \frac{5S+3}{\underset{-1}{(S+1)}(S+3)}\Big|_{S=-2} = \frac{-7}{-1} = 7$

$C = \left[(S+3)(G(S))\right]\Big|_{S=-3} = \frac{5S+3}{\underset{-2}{(S+1)}(S+2)}\Big|_{S=-3} = \frac{-12}{2} = -6$

Polos de orden Múltiple

$$G(S) = \frac{Q(S)}{P(S)} = \frac{Q(S)}{(S+S_1)(S+S_2)+\dots(S+S_{n-r})(S+S_i)}$$

$$G(S) = \frac{K_{S1}}{S+S_1} + \frac{K_{S2}}{S+S_2} + \dots + \frac{K_S(n-r)}{S+S_{n-r}}$$

$\longleftarrow$ n-r términos simples $\longrightarrow$

$$+\frac{A_1}{(S+S_i)} + \frac{A_2}{(S+S_i)^2} + \dots \frac{A_r}{(S+S_i)^r}$$

$\longleftarrow$ r términos de polos repetidos $\longrightarrow$

$$A_r = \left[(S+S_i)^r G(S)\right]\Big|_{S=-S_i}$$

$$A_{r-1} = \frac{d}{dS}\left[(S+S_i)^r (G(S))\right]\Big|_{S=-S_i}$$

$$A_{r-2} = \frac{1}{2!}\frac{d^2}{dS^2}\left[(S+S_i)^r G(S)\right]\Big|_{S=-S_i}$$

$$\vdots$$

$$A_1 = \frac{1}{(r-1)!}\frac{d^{r-1}}{dS^{r-1}}\left[(S+S_i)^r G(S)\right]\Big|_{S=S_i}$$

LO QUE NOS INTERESA ES LA VARIABLE DE EDO X

$$G(S) = \frac{1}{S(S+1)^3(S+2)}$$

$$G(S) = \frac{1}{S(S+1)^3(S+2)} = \frac{K_0}{S} + \frac{K_1}{(S+2)} + \frac{A_1}{(S+1)} + \frac{A_2}{(S+1)^2} + \frac{A_3}{(S+1)^3}$$

$$K_0 = [S G(S)]\Big|_{S=0} = \frac{1}{(S+1)^3(S+2)}\Big|_{S=0} = \frac{1}{2}$$

$$K_1 = [(S+2) G(S)]\Big|_{S=-2} = \frac{1}{S(S+1)^3}\Big|_{S=-2} = \frac{1}{2}$$

$$A_1 = \left[(S+1)^3 G(S)\right]\Big|_{S=-1} = \frac{1}{S(S+2)}\Big|_{S=-1} = -1$$

$$A_2 = \frac{d}{dS}\left[(S+1)^3 G(S)\right]\Big|_{S=-1} = \frac{2S+2}{(S^2+2S)^2}\Big|_{S=-1} = 0$$

$$= \frac{1}{S(S+2)} = \frac{1}{S^2+2S} = S^{-2} + 2S^{-1} \quad \Big\} \frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$= (S^2+2S)^{-1} = -(2S+2)(S^2+2S)^{-2} = -\frac{2S+2}{(S^2+2S)^2}$$

$$A_3 = \frac{1}{2!}\frac{d^2}{dS^2}\left[(S^2+2S)^{-1}\right] = -1$$

$$G(S) = \frac{1/2}{S} + \frac{1/2}{(S+2)} - \frac{1}{(S+1)} + \frac{0}{(S+1)^2} - \frac{1}{(S+1)^3}$$

VER CUANTO ES Ṡ

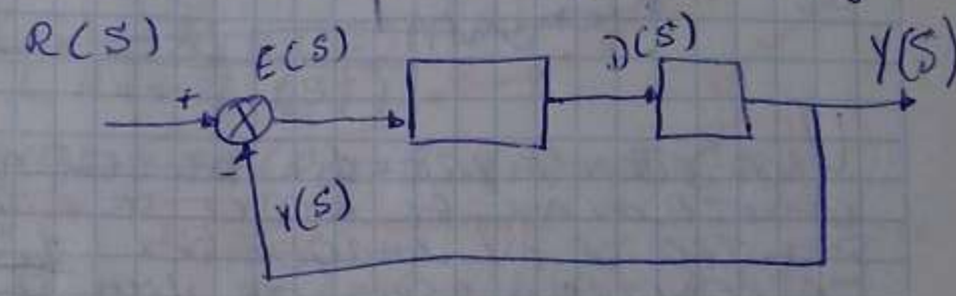
$$G(S) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t} - e^{-t} -$$

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} \quad j = \sqrt{-1} \quad =$$

$$\therefore \quad Z(j\omega) = 0 + \left(-\frac{j}{\omega C}\right)$$

PROPORCIONAL Es un controlador que va a permitir alercarce al valor deseado, nunca llega

INTEGRAL



DERIVATIVO

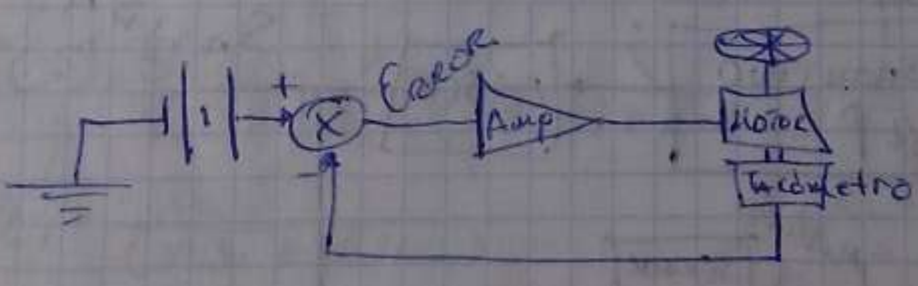
P

PI

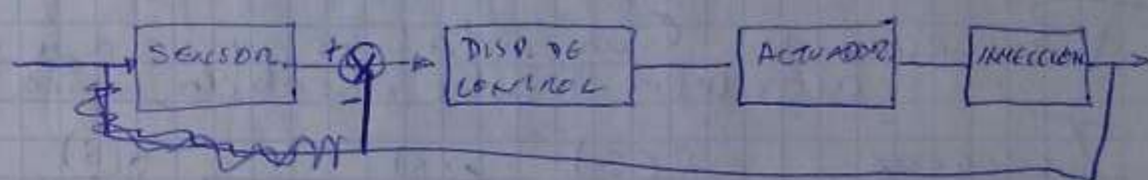
PD

PID

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



DISEÑAR UN SIST. DE CONTROL PARA DOSIFICAR LA CANTIDAD DE INSULINA.



UNA FUENTE PRECISA DE SEÑALES OPTICAS PUEDE CONTROLAR EL NIVEL DE POTENCIA DE SALIDA DENTRO DE UN MARGEN DEL 1%. UN RAYO LASER SE CONTROLA MEDIANTE UNA ENTRADA DE CORRIENTE QUE PRODUCE LA SALIDA DE POTENCIA.

UN MP CONTROLA LA CORRIENTE DE ENTRADA AL LASER. EL MP COMPARA EL NIVEL DE POTENCIA DESEADO CON UNA SEÑAL PROPORCIONAL A LA SALIDA DEL LASER, QUE SE OBTIENE DE UN SENSOR.

COMPLETE EL DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA DE CONTROL DE LAZO CERRADO.

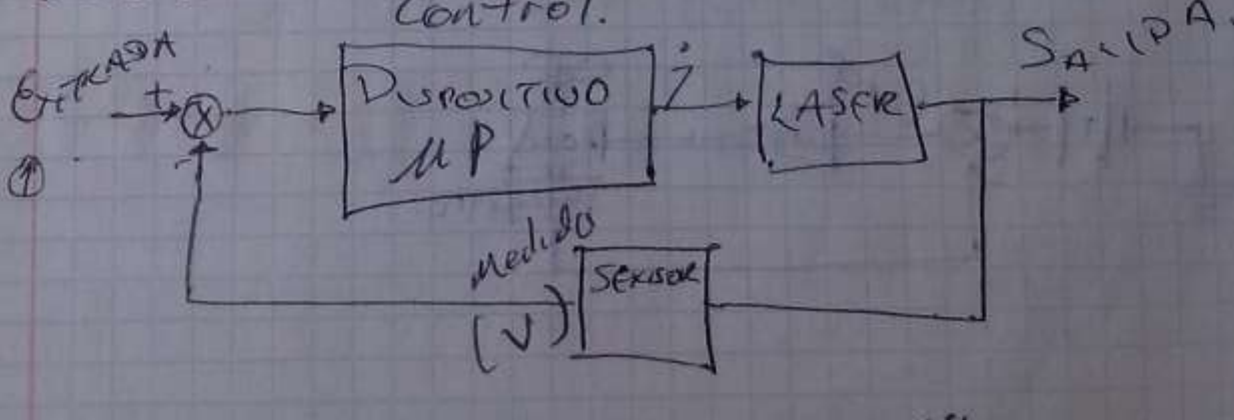
IDENTIFIQUE VARIABLES DE ENTRADA/SALIDA Y DISPOSITIVOS DE CONTROL Y MEDIDA.

ENTRADA
CORRIENTE
SALIDA DE POTENCIA
SENSOR.

SALIDA.
POTENCIA

MEDIDA
MP.

Control.



JAMES WATH

10 V

$\frac{1}{100} = 0.01$

$$T_m(S) = K_m I_a(S)$$

$$V_a(S) = (R_a + L_a S) I_a(S) + V_b(S)$$

$$V_b(S) = K_b \omega(S)$$

$$I_a(S) = \frac{V_a(S) - K_b \omega(S)}{(R_a + L_a S)}$$

Tamaño del amortiguador

$$T_L(S) = \underbrace{J S^2 \theta(S)}_{\text{ACELERACIÓN}} + \underbrace{b S \theta(S)}_{\text{FRICCIÓN BISCOSA}} = T_m(S) - \overbrace{T_d(S)}^{\text{Perturbación}}$$

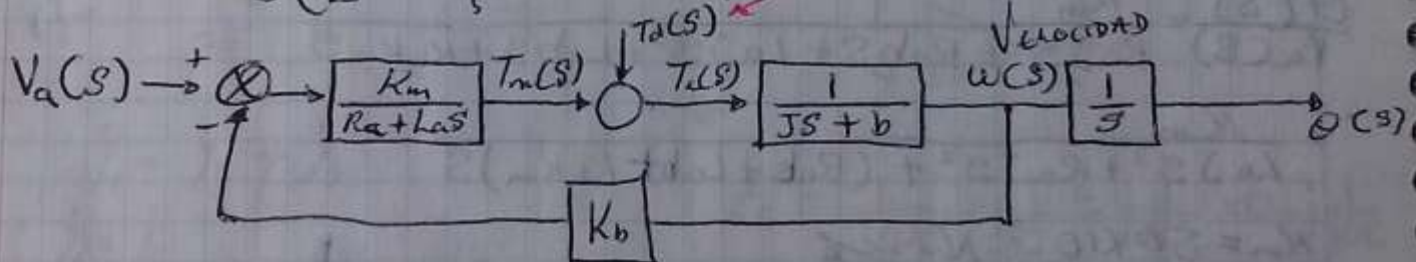
VELOCIDAD

Si $T_d(S) = 0$

$$G(S) = \frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{S[(R_a + L_a S)(J S + b) + K_b K_m]}$$

$$= \frac{K_m}{S(S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2)}$$

PERTURBACIÓN



QUÉ PASA SI $\tau_a = 0$ ó $\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$

$$G(S) = \frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{S[R_a(JS + b) + K_b K_m]} = \left[\frac{K_m / (R_a b + K_b K_m)}{S(\tau_1 S + 1)}\right]$$

OJO TAREA.

$$\tau_1 = \frac{R_a J}{(R_a b + K_b K_m)}$$

$K_m = 50 \times 10^{-3}$ N·m/A

$J_m = 1 \times 10^{-3}$ N·m/$\frac{s^2}{Rad}$

$\tau_F = 1$ mseg. $= 1 \times 10^{-3}$ seg.

$\tau = 100$ mseg $= 100 \times 10^{-3}$ seg.

$P_{max} = 187$ W =

DESDE DIAGRAMA DE BLOQUES:

$$[V_a(S) - K_b \omega(S)] K_m = S(R_a + L_a S)(JS + b)\theta S$$

$$K_m V_a(S) = \theta(S)[S(R_a + L_a S)(JS + b) + K_b K_m S]$$

$$\frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{S[(R_a + L_a S)(JS + b) + K_b K_m]}$$

$$I_a(S) = \frac{V_a(S) - V_b(S)}{(R_a + L_a S)} \qquad V_b(S) = V_a(S) - (R_a + L_a S) I_a(S)$$

$$T_m(S) = J s^2 \theta(S) + b\, s\, \theta(S)$$

$$\theta(S)\left(\frac{V_a(S) - K_b\, S\,\theta(S)}{R_a + L_a S}\right) = K_m I_a(S) - bS\theta$$

Carga Inmediata

$$\frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{S[(R_a + L_a S)(JS + b) + K_b K_m]}$$

$$\frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{S[R_a J S + R_a b + L_a J S^2 + L_a b + K_b K_m]}$$

$$\frac{\theta(S)}{V_a(S)} = \frac{K_m}{R_a J S^2 + R_a b S + L_a J S^3 + L_a b S + K_b K_m S}$$

$$= \frac{K_m}{L_a J S^3 + R_a J S^2 + (R_a b + L_a b + K_b K_m) S}$$

$K_m = 50 \times 10^{-3}$ $N \cdot m / A$

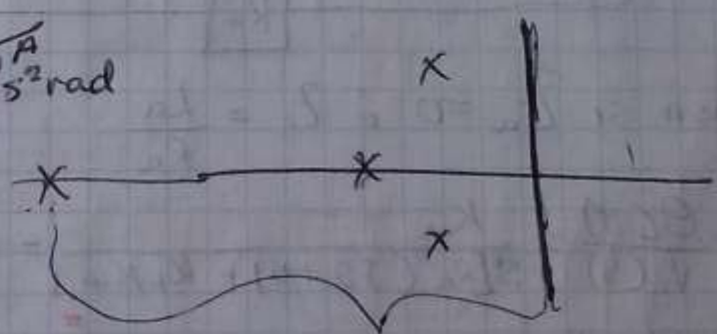
$J = 1 \times 10^{-3}$ $N \cdot m / s^2\,rad$

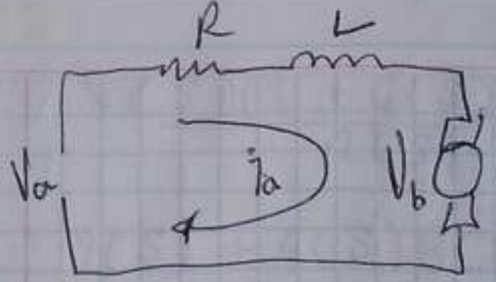
$L_a = 1 \times 10^{-4}$ H

$R_a = 4\,\Omega$

$b = 1 \times 10^{-5}$

$K_b = 50 \times 10^{-3}$





$$P_e = P_m \qquad V_b = K_b W_n$$

$$V_b i_a = \tau \omega \qquad \tau = K_m i_a$$

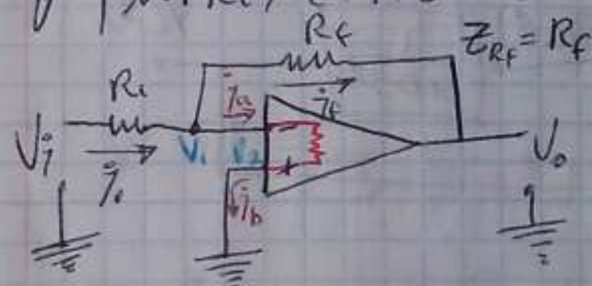
$$(K_b W_n) i_a = \tau \omega$$

$$\underbrace{K_b W_m i_a} = K_m \underbrace{i_a W_m}$$

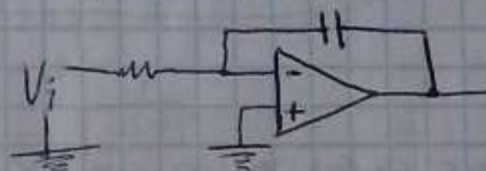
$$K_b = K_m$$

AC-SERVODRIVES

AMPLIFICADORES OPERACIONALES.



TIERRA VIRTUAL NO PASA CORRIENTE
IMPEDANCIA MUY ALTA



$$i_1 = i_F + \cancel{i_a}^{\,0}$$

$$i_1 = i_F$$

$$i_1 = \frac{V_i - \cancel{V_1}^{\,0}}{R_1} = \frac{\cancel{V_1}^{\,0} - V_o}{R_f}$$

$$\frac{V_i}{R_1} = -\frac{V_o}{R_F}$$

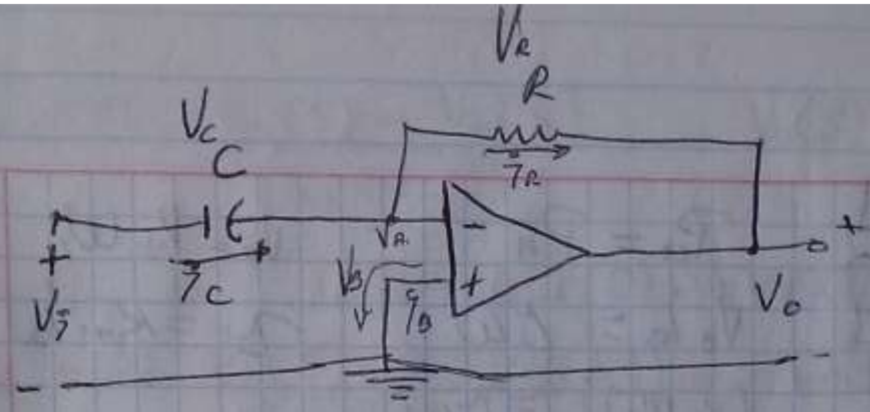
$$V_o = -V_i \frac{R_F}{R_1}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_F}{R_1}$$

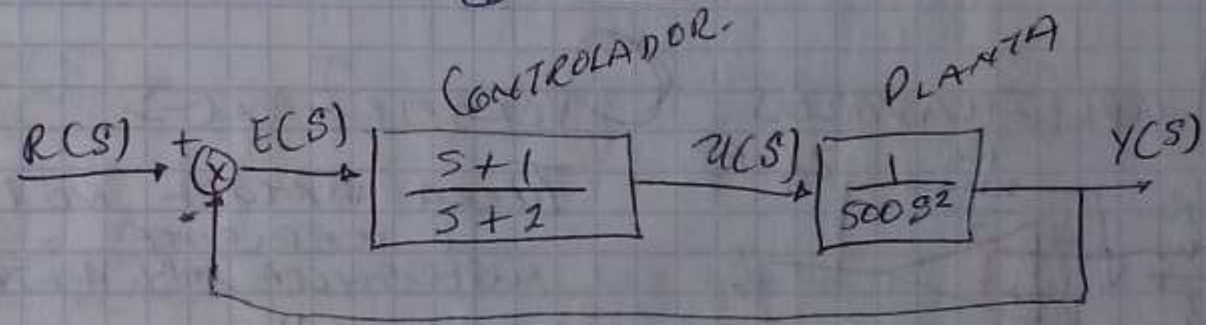
$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{SC} = -\frac{1}{\omega C} = 0 - j\frac{1}{\omega C}$$

$$V_o = -\frac{V_i\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_1}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{-1}{j\omega C}}{\frac{R_1}{1}} = -\frac{1}{j\omega CR} = -\frac{1}{SCR}$$



$$\mathring{i}_C = \mathring{i}_R. \qquad \dot{i}_C = C\frac{dV}{dt}.$$



ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

BODE = MAGNITUD Y FRECUENCIA.

CONTROLADOR SE ALIMENTA DEL ERROR

LAZO ABIERTO $G(S)$

LAZO CERRADO $\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)}$

$Y(S) = E(S)\,G(S)$

$W(S) = Y(S)\,H(S)$

$E(S) = R(S) - W(S).$

$R(S) = E(S) + W(S)$

$$\frac{Y(S)(1+G(S)H(S))}{R(S)} = G(S).$$

$$Y(S) + G(S)H(S)Y(S) = G(S)R(S).$$

$$Y(S) + G(S)H(S)Y(S) = G(S)(E(S) + W(S))$$

$$G(S) = \frac{1}{S+3}$$

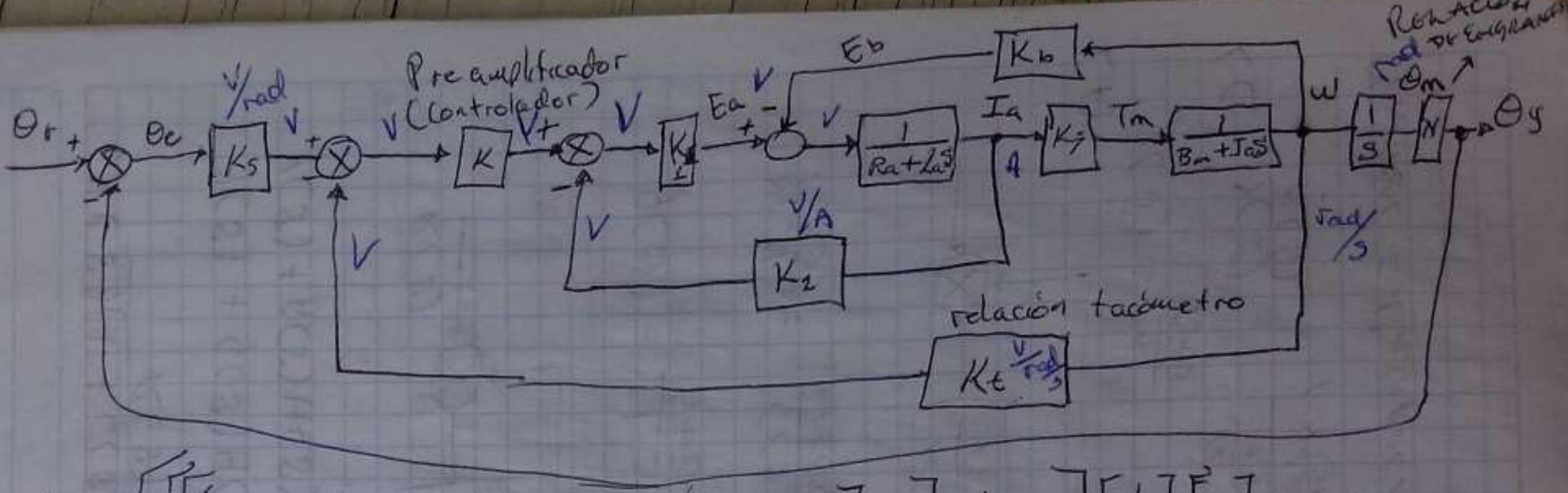
$$\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)} = \frac{\frac{1}{S+3}}{1+\left(\frac{1}{S+3}\right)\left(\frac{1}{1}\right)} = \frac{1}{S+4}$$

L.A.

$$G(S) = \frac{K}{S+3}$$

L.C. $$\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{\frac{K}{S+3}}{1+\left(\frac{K}{S+3}\right)\left(\frac{1}{1}\right)} = \frac{K}{[S+(K+3)}$$

CONTROL = MANIPULACIÓN DE POLOS Y CEROS



$$\frac{\theta_r}{\theta_y} = \left[\left[\left[\left[(K_s - K_t)K - K_2\right]K_1 - K_b\omega\right]\frac{1}{Ra+LaS}\right]K_j\,\frac{1}{Bm+JaS}\right]\left[\frac{1}{S}\right]\left[N\right] = \theta_c.$$

$$\left[\left[\left[\theta_e K_s - K_t\omega\right]K - K_2 I_a\right]K_1 - K_b\omega\right]K_j N = \theta_y(Ra+LaS)(Bm+LaS)S$$

$$\left[\theta_e K_s K K_1 - K_t\omega K K_1 - K_2 I_a K_1 - K_b\omega\right]K_j N = \theta_y(RaBm + LaSBm + La^2S^2 + RaLaS)S$$

$$\left[\theta_e K_s K K_1 K_j N - K_t\omega K K_1 K_j N - K_2 I_a K_1 K_j N - K_b\omega K_j N\right] = \theta_y(RaBmS + LaBmS^2 + La^2S^3 + RaLaS^2)$$

$$I_a = \left[\frac{1}{Ra+LaS}\right] = E_a - E_b \qquad E_b = K_b\omega \qquad E_a = K_1[K - K_2]$$

{OGATA.} Diagrama de control.

J_t = INERCIA TOTAL

ξ = Coeficiente de Amortiguamiento relativo.

CONTROLADOR

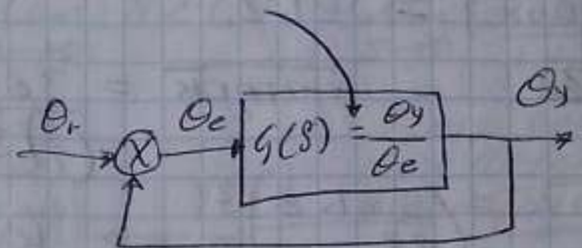
$$\frac{K_s K_1 K_j K N}{S\left[L_a J_t S^2 + (R_a J_t + L_a B_t + K_1 K_2 J_t) S + R_a B_t + K_1 K_2 B_t + K_j K_b + K K_1 K_t K_j\right]}$$

$$J_t = J_m + N^2 J_L$$

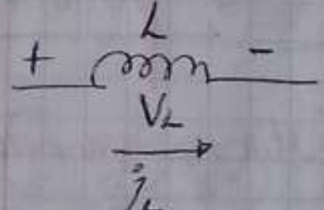
$$B_t = B_m + N^2 B_L$$

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a + K_1 K_2}$$

$$\tau_t = \frac{J_t}{B_t}$$



$$\frac{W_n^2}{S^2 + 2\xi W_n S + W_n^2}$$



$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$V(S) = L S I(S)$$

$$Z = \frac{V(S)}{I(S)} = L S = jWL$$

FT. CON $\tau_a > 0$. Y SUS VALORES.

$$G(S) = \frac{1.5 \times 10^7 K}{S(S^2 + 3408.3S + 1204000)} = \frac{1.5 \times 10^7 K}{S(S + 400.26)(S + 3008)}$$

$$\frac{1}{S + 3008} = e^{-3008(t)} \to 0$$

FT CON $\tau_a = 0$ RETROALIMENTÁNDOLA

$$G(S) = \frac{4500K}{S(S + 361.2)} \qquad \frac{G(S)}{1 + G(S)} \Rightarrow \frac{\frac{4500K}{S(S+361.2)}}{1 + \frac{4500K}{S(S+361.2)}(1)}$$

$$= \frac{4500K}{S(S + 361.2) + 4500K}$$

$\xi = .2$

$\xi = .7071$

$\xi = 1$

$$\xi = \frac{361.2}{2\left(\sqrt{4500K}\right)}$$

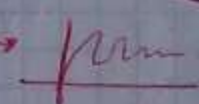
$$2\left(\sqrt{4500K}\,\xi\right) = 361.2$$

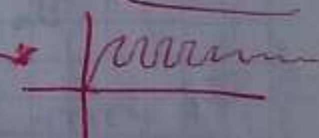
$$\cancel{K = 361.2} \qquad \sqrt{4500K} = \frac{361.2}{(\xi)(2)}$$

$$4500K = \left(\frac{361.2}{2\xi}\right)^2 \Rightarrow K = \left(\frac{361.2}{2\xi}\right)^2 \frac{1}{4500}$$

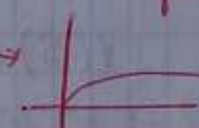
$$\xi = .2 \qquad K = \left(\frac{361.2}{2(.2)}\right)^2 \cdot \frac{1}{4500} = \cancel{\frac{301}{4500}} = 181.202$$

$$\xi = .7071 \qquad K = 14.49$$





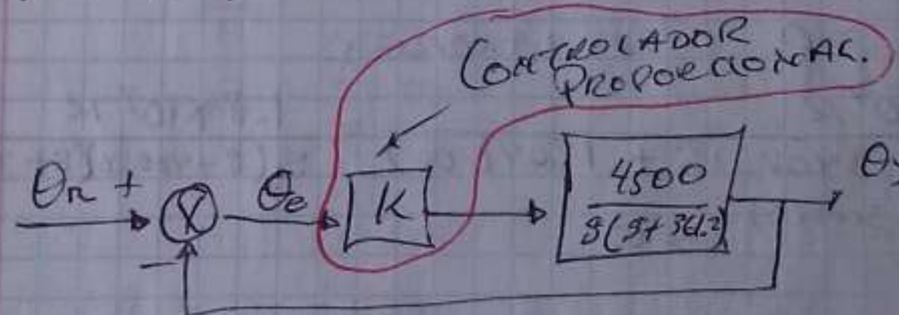
$$\xi = 1 \qquad K = 7.24$$



{ MUCHO AMORTIGUAMIENTO

ξ MUY PEQUEÑOS OCILA — K MUY GRADES OCILA

ξ MUY GRANDES NO OCILA. — K MUY PEQUEÑOS NO OCILA



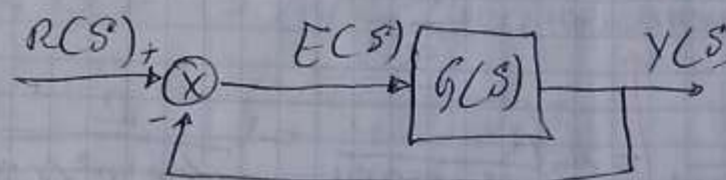
SEGUE DISEÑANDO. | EN 5 PAS.

$$\frac{\text{CEROS}}{\text{POLOS}}$$

TIPOS DE SISTEMAS (TEOREMA DEL VALOR FINAL)

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s\,R(s)}{1+G(s)}$$

SOLO PARA SISTEMAS CON RETROALIMENTACIÓN $\boxed{\text{UNITARIA}}$



$$E(s) = \frac{Y(s)}{G(s)} = \frac{R(s)}{1+G(s)}$$

EL TIPO SE REFIERE AL ORDEN DE LOS POLOS DE $G(s)$ EN $s=0$

$\frac{4}{s^2+2s+4}$ TIPO=0 $\qquad \frac{4}{s(s+2)(s+3)}$ TIPO 1

$\frac{4}{s^3(s+2)}$ TIPO=3

ERROR EN ESTADO ESTACIONARIO DEL SISTEMA CON ENTRADA ESCALON UNITARIO

AMIEUH ESCALON DE MAGNITUD $\frac{R}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{\cancel{s}\frac{R}{\cancel{s}}}{1+G(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{1+G(s)} = \frac{R}{1+\lim_{s \to 0} G(s)} = \frac{R}{1+K_p}$$

(FUNCIÓN DE TRANSF EN LAZO ABIERTO)

OJO

DONDE $K_p = \lim_{s \to 0} G(s)$

PARA SIST. TIPO 0, $e_{ss} = \frac{R}{1+K_p}$

ESCALON

PARA SIST. TIPO 1 O MAYOR, $e_{ss} = 0$

CON ENTRADA RAMPA $\frac{R}{S^2}$

$K_v = 0$

TIPO 0 : $e_{ss} = 0$

CON TIPO

CON ENTRADA PARÁBOLA $\frac{R}{S^3}$

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{s \frac{R}{s^3}}{1 + G(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{R}{s^2 + s^2 G(s)} = \frac{R}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)}$$

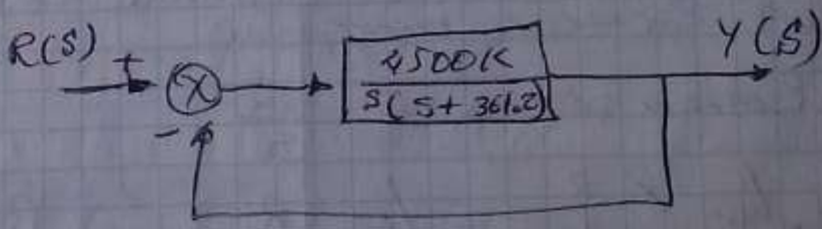
PARA TIPO 3 EL SISTEMA $e_{ss} = 0$

¡OJO! $K_v = (K_a) = \lim_{s \to 0} s^2 G(s)$ ¡NO!

ENTRADA	TFT TIPO FUNCION TRANSF.	e_{ss}
ESCALON	TIPO 1 o MAYOR	0
RAMPA	TIPO 2	0
PARÁBOLA	TIPO 3	0.

ENTRADA ESCALON UNIT.

ENCONTRAR e_{ss}



$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{\cancel{s} \frac{R}{\cancel{s}}}{1 + G(s)} = \frac{R}{1 + K_p} \qquad K_p = \frac{4500\,K}{s(s + 361.2)}$$

$$\frac{s \frac{1}{s} (4500)}{s(s + 361.2)} = s \frac{4500}{361.2} = 0$$

CONTROLADOR = ES LA MANIPULACIÓN DE POLOS Y CEROS

$\lim_{S \to 0} \frac{S\,R(S)}{1 + G(S)}$ $\quad R(S) = $ ENTRADA.

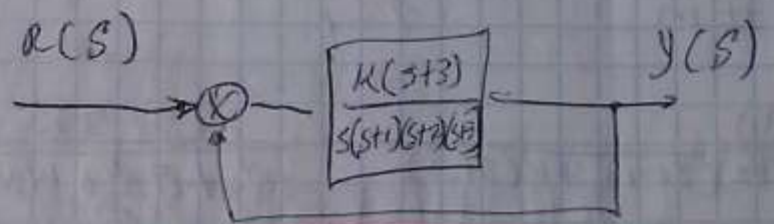
LGR = LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAICES

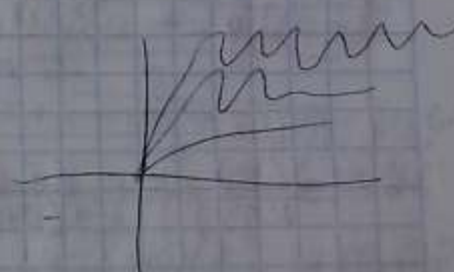
$T(S) = \frac{K\,G(S)}{1 + K\,G(S)\,H(S)}$

$K\,G(S)\,H(S) = -1 = 1 \angle (2K+1)\,180°$ $\quad K = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

$K \cdot G(S) \cdot H(S) = (2K+1)\,100°$ $\quad |K\,G(S)\,H(S)| = 1$

DIBUJAR EL LGS PARA.





CUANDO $1 + K\,G(S)\,H(S)$ LO IGUALO A 0 = ECUACIÓN CARACTERÍSTICA
DENOMINADOR DE LA FUNCIÓN DE TRANSF.

LA $\boxed{\frac{K(S+2)}{(S+5)}}$ $\quad$ LC $\frac{K(S+2)}{(S+5) + K(S+2)}$ $\quad H(S) = 1$

OJO

$$\frac{G(S)}{1 + G(S)(H(S))} = \frac{\frac{K(S+2)}{(S+5)}}{1 + \frac{K(S+2)}{(S+5)}(1)} = \frac{\frac{K(S+2)}{\cancel{(S+5)}}}{\frac{(S+5) + K(S+2)}{\cancel{(S+5)}}}$$

$$= \frac{K(S+2)}{(S+5) + K(S+2)}$$

$n = \#$ POLOS
$m = \#$ CEROS

$j = \sqrt{-1}$

$n = \#$ POLOS $= 4$ $\qquad \dfrac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$

$m = \#$ CEROS $= 1$

ASÍNTOTAS $= \left[\dfrac{2(n-m)-1}{n-m}\right]\pi = \left[\dfrac{2(4-1)-1}{(4-1)}\right]\pi$

COMPLEMENTARIOS

$= \dfrac{5}{3}\pi = 300^\circ$

NÚMEROS IMPARES DE 5 A 0 3 Y 1.

$\dfrac{3\pi}{3} = 180^\circ$

$\dfrac{\pi}{3} = 60^\circ$

360°

480°

240°

INTERSECCIÓN ASÍNTOTAS

$$\sigma_a = \frac{\sum n - \sum m}{\# n - \# m} = \frac{(0+1+2+4)-3}{4-1} = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+4)+K(s+3)} = \frac{K(s+3)}{s^4+7s^3+14s^2+(8+K)s+3K}$$

$s^4+7s^3+14s^2+(8+K)s+3K = 0 \qquad s = j\omega$

$(j\omega)^4 + 7(j\omega)^3 + 14(j\omega^2) + (8+K)(j\omega) + 3K = 0.$

$\omega^4 - \cancel{7}(\omega)^3 - 14\omega^2 + 8j\omega + Kj\omega + 3K = 0.$

$\omega^4 - 7(j\omega)^3 - 14\omega^2 + 8j\omega + (j\omega+3)K = 0.$

$\omega^4 - 14\omega^2 + 3K = 0$ PARTE REAL.

$-7\omega^3 + 8\omega + K\omega = 0$ PARTE IMAGINARIA.

$\omega(-7\omega^2 + (8+K)) = 0$

$\omega = 0$

$\omega = \pm\sqrt{\dfrac{(8+K)}{7}}$ SE SUSTITUYE EN LA REAL

SUSTITUYENDO EL VALOR DE $\omega = \pm\sqrt{\frac{(8+K)}{7}}$
EN $\omega^4 - 14\omega^2 + 3K = 0$

$$\left(\sqrt{\frac{18+K}{7}}\right)^4 - 14\left(\sqrt{\frac{18+K}{7}}\right)^2 + 3K = 0$$

$$\left(\frac{8+K}{7}\right)^2 - 14\left(\frac{(8+K)}{7}\right) + 3K = 0$$

$$\left(\frac{8}{7}+\frac{K}{7}\right)^2 = \frac{8}{7} +$$

$$\left(\frac{8}{7}+\frac{K}{7}\right)\left(\frac{8}{7}+\frac{K}{7}\right) = \frac{64}{49} + \frac{16K}{}$$

$$49.\left(\left(\frac{8+K}{7}\right)^2 - 16 + 2K + 3K\right) = 0$$

$$(8+K)(8+K) = 64 + 8K + 8K + K^2.$$
$$64 + 16K + K^2.$$

$$(8+K)^2 - 784 - 98K + 147K = 0$$

$$K^2 + 16K + 64 - 784 - 98K + 147K = 0.$$

$$K^2 + (16 - 98 + 147)K - 720 = 0.$$

$$K^2 + 65K - 720 = 0.$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4(a)(c)}}{2(a)}$$

$$\frac{-65 \pm \sqrt{65^2 - 4(1)(-720)}}{2}$$

$$\frac{-65 + \sqrt{4225 + 2880}}{2}, \quad 9.64$$

$$K = \frac{-65 + 36.67}{2} = -14.16$$

$$K = \frac{-65 - 36.67}{2} = +50.83$$

$\cancel{K_1 = -14.14}$ $\quad K = 9.64$

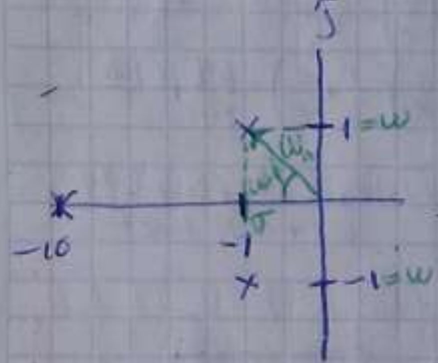
$\cancel{K_2 = -50.83}$

$$0 < K < 9.64$$

LAZO ABIERTO

$$\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{20}{(S+10)(s^2+2S+2)} \qquad s = -1 + j \qquad s = -1 - j$$

$\omega_n = \sqrt{a^2+b^2}$ = hipotenusa



$$\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{20}{10\left(\frac{s}{10}+1\right)(s^2+2S+2)}$$

$$|S| << 10$$

$$\frac{Y'(S)}{R(S)} = \frac{20/10}{\frac{10}{10}(s^2+2S+2)}$$

$$\frac{Y'(S)}{R(S)} = \frac{2}{s^2+2s+2}$$

$$Z = 3 + 2j$$

$$|Z| = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$$

$$|j\omega| =$$

(JOROBA) (SOBRESALTO)

VALOR CONSIDERADO DE OVERSHOT 5 % = O.V.

TIEMPO DE ESTABLECIMIENTO ES EL QUE TARDA EN ENTRAR A UN % DESEADO DEL VALOR FINAL

DONDE DEBEN DE ESTAR LOS POLOS CONJUGADOS COMPLEJOS O CUANTO DEBE VALER K PARA QUE EL SIST. TENGA OV 5%

$$t_r = \text{time rise} = \frac{\pi}{2\omega}$$

$$t_i = \pi$$

$$\%\,O.V. = e^{\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)} \cdot 100 \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{\left[\log\left(\frac{O.V.}{100}\right)\right]^2}{\pi^2 + \left[\log\left(\frac{O.V.}{100}\right)\right]^2}}$$

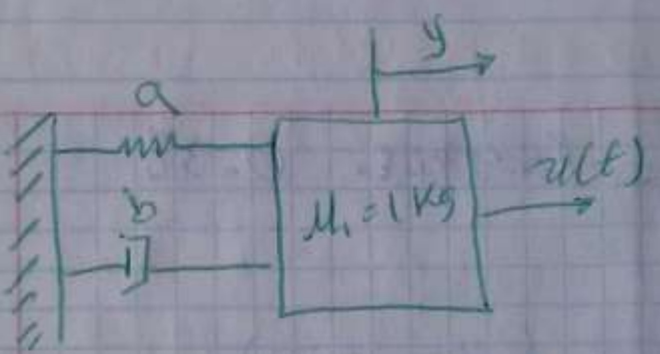
$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{\sigma}$$

$$\sigma = \xi\omega_n \qquad \omega = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{\left[\log\left(\frac{5\%}{100}\right)\right]^2}{\pi^2 + \left[\log\left(\frac{5\%}{100}\right)\right]^2}} = \cancel{0.4472}. \quad 0.38$$

$\cancel{\omega_n \zeta \sqrt{\ }}$ PUNTO $= (-\sigma, \pm\omega)$.

$\omega_n = \sqrt{\omega^2 + \sigma^2}$



$f_a = a y$

$f_b = b \frac{dy}{dt}$

$f_m = M \frac{d^2 y}{dt^2}$

$u(t) = f_a + f_b + f_m$

$M \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + a y = u(t)$

$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{b}{M} \frac{dy}{dt} + \frac{a}{M} y = \frac{1}{M} u(t)$

$\mathcal{L}$ C.I. NULAS.

$S^2 Y(S) + \frac{b}{m} S Y(S) + \frac{a}{M} Y(S) = \frac{1}{M} U(S)$

$Y(S) \left[S^2 + \frac{b}{M} S + \frac{a}{M} \right] = \frac{1}{M} U(S)$

$\frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{1/M}{S^2 + \frac{b}{m} S + \frac{a}{M}} = \frac{1}{S^2 + bS + a}$

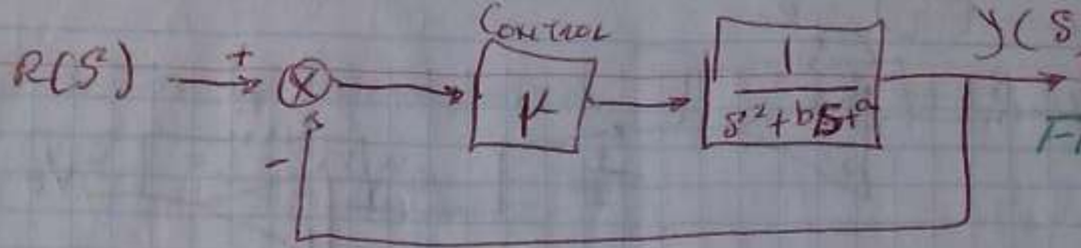
SI $M = 1$

EC. CARACTERÍSTICA.

$S^2 + bS + a$

SACAMOS LOS POLOS $\Rightarrow$ $S = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{2^2} - \frac{4a}{2^2}}$

$t_r \quad t_p \quad$ overshoot $\quad t_s$



$FT = \frac{1}{(s+1)(s+1)}$

Si $M=1$, $a=1$, $b=2$

$s = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{2^2} - \frac{4a}{2^2}} = -1 \pm \sqrt{1-1}$ $\quad s_1 = -1$

$s_2 = -1$

Vemos a $\xi \Rightarrow 2\xi \omega_n = 2$

$\xi = \frac{1}{\omega_n}$ si $\omega_n = 1$

$\xi = \frac{1}{1} = 1 \quad \therefore \quad \frac{1}{s^2+2s+1}$

Si tenemos $\frac{K_p}{s^2+bs+(K_p+a)}$

Ec. caract.

$s^2+bs+(K_p+a)=0$. $\quad s = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{2^2} - \frac{4(K_p+a)}{2^2}}$

Si $b=2$.

$s = -1 \pm \sqrt{1-K_p}$

Si $K_p = 0 \to s = \begin{cases} -1+1 \\ -1-1 \end{cases}$

$K_p = 1 \to s = \begin{cases} s=-1 \\ s=-1 \end{cases}$

$K_p = 2 \to s = \begin{cases} s=-1+j \\ s=-1-j \end{cases}$

$\sigma = \xi \omega_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 1$

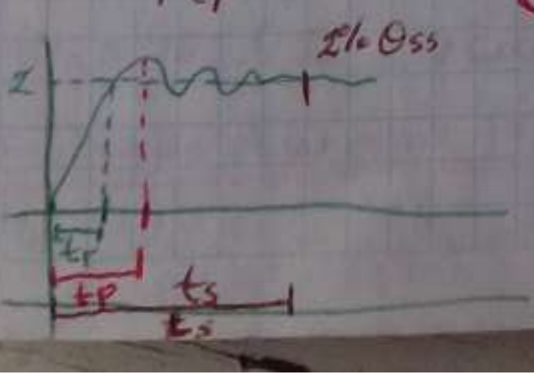
$\omega = 1$

$t_r = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2} \quad \omega_n^2 = 2$

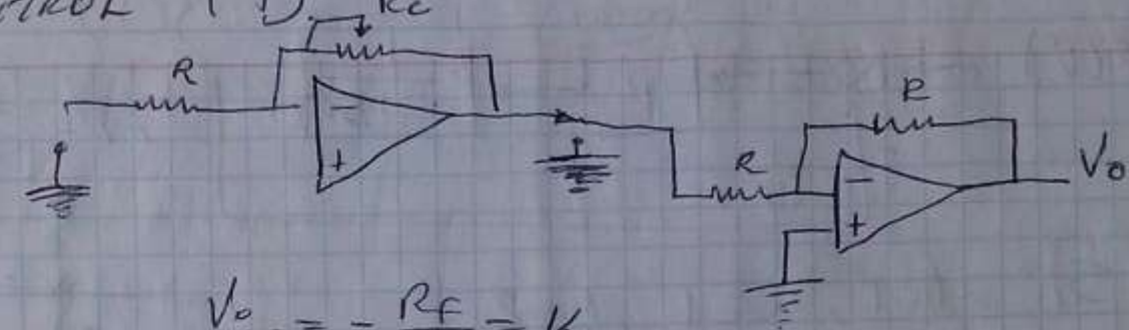
$t_p = \pi \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} = 4$

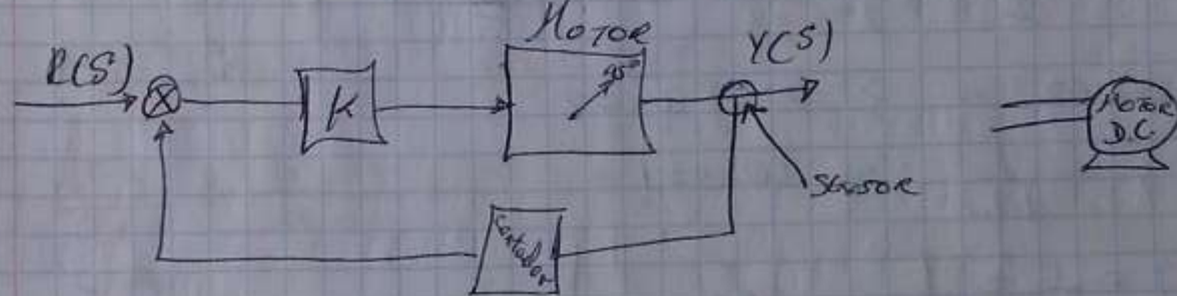
$\%O.V. = e^{-(\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2})} \times 100 = 4.32\%$



CONTROL PD



$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_f}{R} = K$$

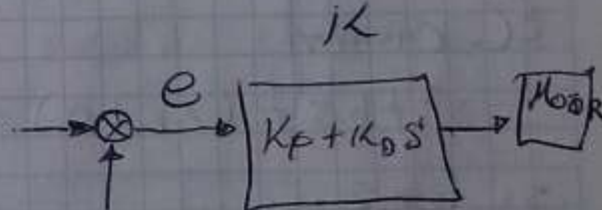


CONTROL PD AÑADE UN POLO EN EL ORIGEN Y UN CERO EN ALGUNA PARTE

K = PROPORCIONAL

P DE PROPORCIONAL
D DE DERIVATIVO

$$P.D. = K_p + K_D \frac{de}{dt}$$



$$S = \left(\frac{1}{(S+X)}\right)$$

$$PD = K_p + K_D S = K_p \underbrace{\left(1 + \frac{K_D}{K_p} S\right)}_{\text{ADICIONA UN CERO AL SISTEMA}}$$

$$S = -\frac{K_p}{K_D}$$

AQUI SIGUE

DISEÑAR UN CONTROLADOR PD PARA EL SISTEMA

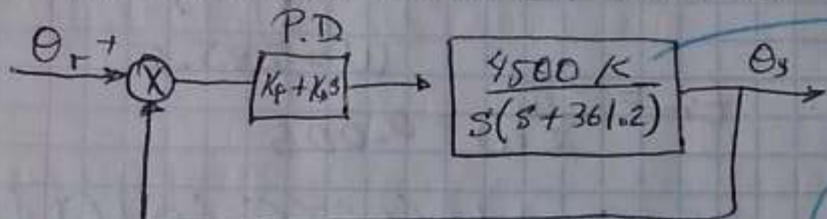
$$G(S) = \frac{4500K}{S(S+361.2)}$$

TAL QUE e_{ss} DEBIDO A UNA RAMPA UNITARIA SEA ≤ 0.000433 (1) O.V MÁXIMO $\leq 5\%$

$t_r \leq 0.005$ SEG.

$t_s \leq 0.005$ SEG.

DISEÑANDOLO PARA EL PEOR CASO $K = 181.\cancel{2} = 181.17. \Rightarrow \xi = 0.2$



$$G(S) = \frac{815265}{S(S+361.2)}$$

CON LAZO CERRADO

$$\frac{\theta_y}{\theta_r} = \frac{815265[K_p + K_DS]}{S(S+361.2) + 815265[K_p + K_DS]} \Rightarrow \frac{815265[K_p + K_DS]}{S^2 + (361.2 + 815265K_D)S + 815265K_p}$$

AUN SIN EL LAZO CERRADO LA FT =

$$K_V = \lim_{S\to 0} SG(S) = \frac{S[815265(K_p + K_DS)]}{S(S+361.2)} = \frac{815265K_p}{361.2} = 2257.1K_p$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{2257.1K_p} = \frac{443.04\times10^{-6}}{K_p} = \frac{0.000443}{K_p} \leq 0.000433 \quad (1)$$

$K_p \geq 1.023 \approx 1 \quad K_p \geq 1$

CON EL CONTROL PD SE AÑADE UN CERO EN $S = -\frac{K_p}{K_D}$

$W_n^2 = 815265K_p \Rightarrow W_n = \sqrt{815265K_p}$ CON $K_p = 1$

$W_n = 902.92$. VEMOS QUE $\frac{W_n^2}{S^2 + \underbrace{2\xi W_n}S + W_n^2}$ SIGUE LA VUELTA

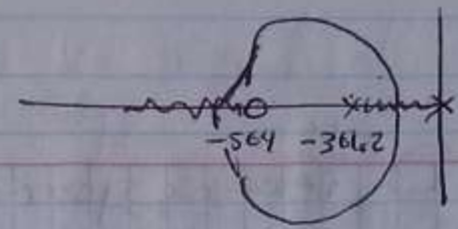
En el mejor de los casos $\xi = 1$

$361.2 + 815265K_D = 2\xi W_n$

$$\boxed{K_D = \frac{2\xi W_n}{815265} - \frac{361.2}{815265} = 0.001772}$$

$\therefore S = \frac{1}{0.001772} = -564.33$ VEMOS COMO $[S + 564.33)$ OJO

LO VEMOS GRAFICAMENTE COMO:



$$\left[\frac{2(n^2-m^1)}{n-m}\right]\pi = \pi$$

$$\%\,O.V. = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100 \quad \approx 0 \text{ con } \xi = 1$$

HASTA QUE VALOR DE ξ PARA $\leq 5\%$ ó 0.05

$$\xi = \sqrt{\frac{\left[\log\left(\frac{O.V}{100}\right)\right]^2}{\pi^2 + \left[\log\left(\frac{O.V}{100}\right)\right]^2}} = \sqrt{\frac{\left[\log\left(\frac{0.05}{100}\right)\right]^2}{\pi^2 + \left[\log\left(\frac{0.05}{100}\right)\right]^2}}$$

$\xi \geq 0.048$

$$\omega = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

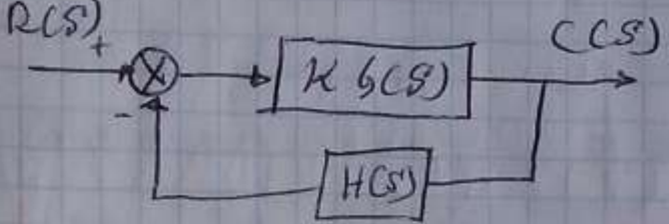
$$\omega = 285.5$$

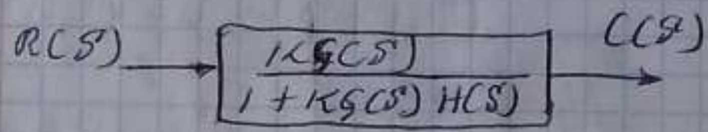
$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = 0.0049. \quad t_r = \frac{\pi}{2\omega} = 0.005$$

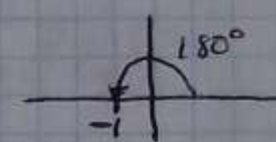
REALIZAR NUEVAMENTE CALCULOS

Resumen del L.G.R.

$$M = \frac{\prod |(s + z_i)|}{\prod |(s + p_i)|} \qquad \theta = \sum \underset{\text{ceros}}{\angle z_i} - \sum \underset{\text{polos}}{\angle p_i}$$







$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\,G(s)}{1 + K\,G(s)\,H(s)}$$

Ec. Característica

$$K G(s) H(s) = -1 = \angle (2k+1)\,180°$$

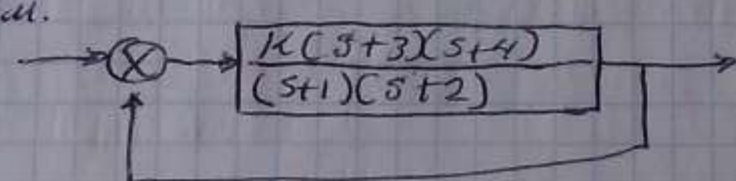
$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

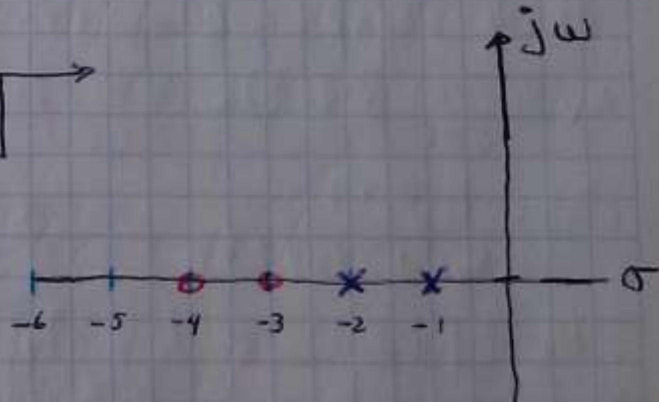
Un valor de s es un polo en lazo cerrado si cumple:

$$|K G(s) H(s)| = 1$$

$$\angle K G(s) H(s) = (2k+1)\,180° \qquad K = \frac{1}{|G(s)|\,|H(s)|}$$

Ejem.





En lazo abierto

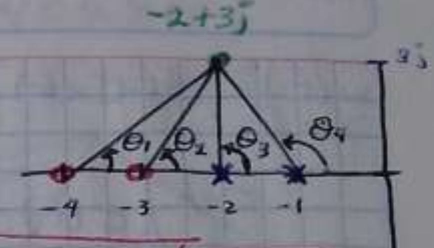
$$K G(s) H(s) = \frac{K (s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)}$$

En lazo cerrado

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K (s+3)(s+4)}{(1+K) s^2 + (3+7K) s + (2+12K)}$$

CONSIDERE EL PUNTO $-2+3j$

VERIFIQUE SI EL PUNTO ES UN POLO EN LAZO CERRADO PARA ALGUN VALOR DE GANANCIA K



$$\theta_1+\theta_2-\theta_3-\theta_4=-70.55^\circ$$

$$\theta_1=tg^{-1}\left(\frac{3-0}{-2+4}\right)=tg^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)=$$

$$\theta_2=tg^{-1}\left(\frac{3-0}{-2-(-3)}\right)=tg^{-1}\left(\frac{3}{1}\right)=$$

$$\theta_3=tg^{-1}\left(\frac{3-0}{-2-(-2)}\right)=tg^{-1}\left(\frac{3}{0}\right)=90^\circ$$

$$\theta_4=tg^{-1}\left(\frac{3-0}{-2-(-1)}\right)=tg^{-1}\left(\frac{3}{-1}\right)=$$

$$\frac{-70.55^\circ}{180^\circ}=-2.55$$

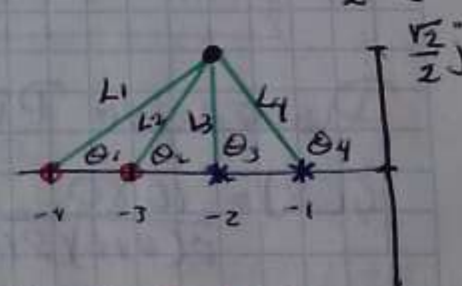
NO ES MULTIPLO DE 180° NO ES LUGAR ESE PUNTO GEOMETRICO

SE CONCLUYE QUE EL PTO. $-2+3j$ NO ESTÁ SOBRE EL L.G.R.

$$K=\frac{1}{|G(s)H(s)|}=\frac{1}{M}=\frac{\pi|s+P_i|}{\pi|s+Z_i|}$$

EJEM. 2.

EVALUAR EL VALOR DE K PARA EL PUNTO $-2+\frac{\sqrt{2}}{2}j$



$$K=\frac{L_3L_4}{L_1L_2}=\frac{1.22\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{(2.12)(1.22)}=0.33$$

$$L_4=\sqrt{[-2-(-1)]^2+\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2}=1.22$$

$$L_1=\sqrt{[-2-(-4)]^2+\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\right]^2}=2.12$$

$$L_2=\sqrt{[-2-(-3)]^2+\frac{2}{4}}=1.22$$

$$L_3=\sqrt{[-2-(-2)]^2+\left[\frac{\sqrt{2}}{2}-0\right]^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$K=\frac{\pi|s+P_i|}{\pi|s+Z_i|}\quad\frac{\text{POLOS}}{\text{CEROS}}$$

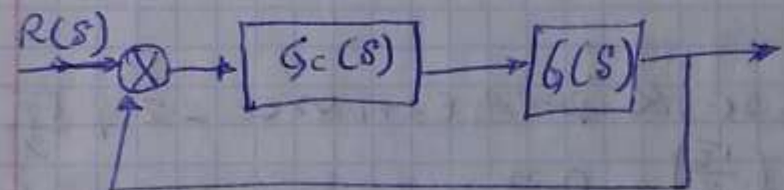
CONTROL PD.

$$m(t) = K e(t) + K_d \frac{d\,e(t)}{dt}$$

$$= K\left[e(t) + T_d \frac{d\,e(t)}{dt}\right]$$ T_d ES EL TIEMPO DERIVATIVO

$$M(S) = K(1 + T_d S) \cdot E(S) \Rightarrow$$

$$\frac{M(S)}{E(S)} = K \cdot (1 + T_d S)$$



DISEÑAR UN PD PARA

$$G(S) = \frac{1080}{S(S+6)(S+18)}; \quad G_c(S) = K(1 + T_d S) = \underbrace{K_d(S+a)}_{\text{ESTE}}$$

$$K_d = K T_d, \quad a = \frac{1}{T_d}$$

DISEÑAR PARA $\begin{cases} t_s = 1 \text{ seg} \\ M_p = 10\% \Rightarrow \text{O.V.} \end{cases}$

PARA CUMPLIR DICHAS ESPECIFICACIONES LOS POLOS DOMINANTES EN LAZO CERRADO ESTAN EN:

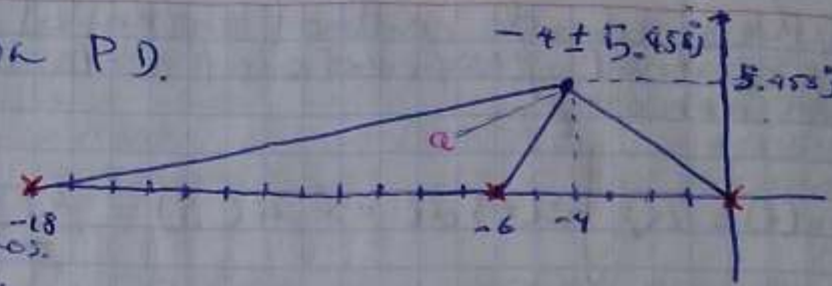
$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow \sigma = (4)(1) = 4 \text{ seg}.$$

$$M_p = e^{-\pi \cdot \sigma / \omega_d} \Rightarrow \omega_d = 5.458.$$

$S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$

NINGUNA RAMA DEL LGR PASA POR $-4 \pm 5.458j$

SE AÑADE UN CONTROL PD.



$$\theta = \sum_{\text{ceros}} \angle Z_i - \sum_{\text{polos}} \angle P_i$$

OJO $-53.76° + 180$

$$\underbrace{tg^{-1}\left(\frac{5.458-0}{-4-(-18)}\right)}_{21.29°} + \underbrace{tg^{-1}\left(\frac{5.458-0}{-4-(-6)}\right)}_{69.87°} + \underbrace{tg^{-1}\left(\frac{5.458-0}{-4-0}\right)}_{126.23°}$$

$$tg^{-1}\left(\frac{5.458-0}{-4-(-a)}\right) = (21.29 + 69.87 + 126.23)$$

$$\frac{5.458}{-4+a} = \tan(217.39°).$$

$$\theta = a - 11.141$$

$$5.458 = (\tan(217.39°))(-4+a)$$

$$5.458 = -4(\tan(217.39°)) + \tan(217.39°)a$$

$$\frac{5.458 + 4(\tan(217.39°))}{\tan(217.39°)} = a = 11.141°$$

PARA LA GANANCIA Kd

MAGNITUD DE

$$\frac{(K_d \cdot 1080)\sqrt{5.458^2 + (11.136-4)^2}}{\sqrt{5.458^2+4^2} \cdot \sqrt{5.458^2+(6-4)^2} \cdot \sqrt{5.458^2+(18-4)^2}} = 1 = \frac{1080\,K_d(s+11.136)}{s(s+6)(s+18)}$$

MAGNITUD DE

$$Kd = 0.0609$$

ESTE

$$\text{F.T} \quad \frac{1080 \cdot \overbrace{(0.0609)}^{K_d}(s+\overbrace{11.136}^{a})}{s(s+6)(s+18)}$$

CONTROL PROPORCIONAL INTEGRADO

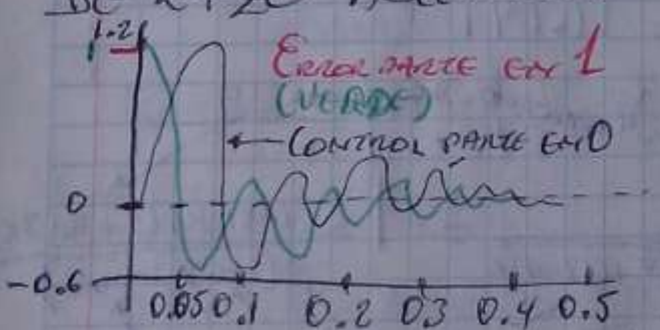
La acción de control integral genera una señal de control proporcional a la integral de la señal de error

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t)\,dt \Rightarrow M(S) = \frac{K_i}{S} E(S) \quad [C.I. = 0]$$

LA CARACTERÍSTICA MÁS IMPORTANTE DE ESTE TIPO DE CONTROL ES QUE LA ACCIÓN CORRECTORA SE EFECTÚA MEDIANTE LA INTEGRAL DEL ERROR, ELLO PERMITE DECIR QUE EL CONTROL PROPORCIONA UNA SEÑAL DE CONTROL ES FUNCIÓN DE LA PROPIA HISTORIA DE LA SEÑAL DEL ERROR, PERMITE OBTENER UNA SEÑAL DE CONTROL DIFERENTE DE CERO AUNQUE LA SEÑAL DE ERROR SEA 0.

$e(t) = 0$ NO IMPLICA $m(t) = 0$, DE HECHO $m(t) = CTE$ IMPLICA QUE $e(t) = 0$

EL CONTROL INTEGRAL PERMITE OBTENER ERROR EN ESTADO ESTACIONARIO NULO EN UN SISTEMA DE CONTROL MEDIANTE LA INTRODUCCIÓN DE UN ELEMENTO INTEGRADOR EN LA FUNCIÓN DE TRANSF. DE LAZO ABIERTO.



SEÑAL DE ERROR Y SEÑAL DE CONTROL

SI SE CALCULA EL ERROR EN RÉGIMEN ESTACIONARIO ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN.

$$R(S) = \frac{1}{S}$$

$$e_{ss} = \lim_{S \to 0} \frac{1}{1 + G_c(S)G(S)H(S)} \; ; \; K_p = \lim_{S \to 0} G_c(S)\,G(S)(H(S))$$

SI $G_c(S)$ TIENE UN POLO EN $S = 0$ ENTONCES $K_p \to \infty$ Y

$e_{ss} \to 0$

Sin embargo la acción integradora empeora la estabilidad relativa del sistema, aumentando el sobreimpulso de la resp. transitoria, pudiendose obtener un sistema inestable.

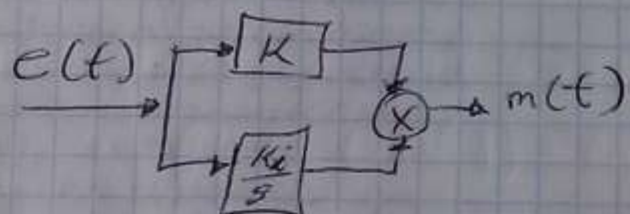
SIN EMBARGO. DEBIDO A FUE AL INCORPORAR UN POLO EN LAZO ABIERTO EN EL ORIGEN, SE DESPLAZA EL LGR DEL SISTEMA HACIA EL SEMIPLANO DERECHO DE S. POR ESTA RAZON EN LA PRÁCTICA., LA ACCIÓN INTEGRAL SUELE ACOMPAÑARSE POR OTRAS ACCIONES DE CONTROL.

EL CONTROL PI. GENERA UNA SEÑAL RESULTANTE DE LA COMBINACIÓN DE LA ACCIÓN PROPORCIONAL Y LA ACCION INTEGRAL CONJUNTAMENTE.

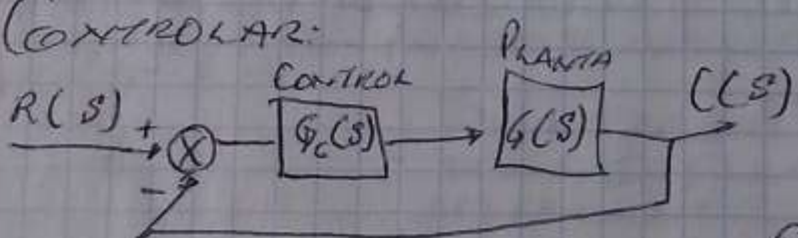
$$m(t) = k e(t) + K_i \int_0^t e(t) \cdot dt = K\left[e(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t e(t)\,dt\right]$$

T_i = Tiempo Integral.

$$M(S) = K\left[1 + \frac{1}{T_i S}\right]E(S) \Rightarrow \frac{M(S)}{E(S)} = K\left[1 + \frac{1}{T_i S}\right]$$



CONTROLAR:



$$G(S) = \frac{1080}{S(S+6)(S+18)}$$

$$G_c(S) = K + \frac{K_i}{S} = K \cdot \frac{S + \frac{K_i}{K}}{S}$$

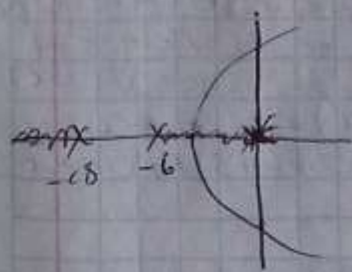
$$= \frac{(K)(S+a)}{S}$$

DONDE $a = \frac{K_i}{K}$

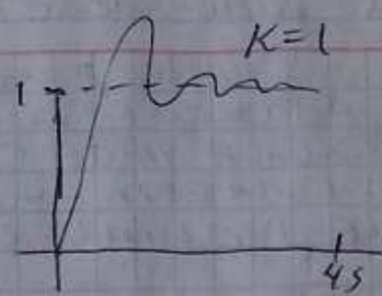
INCLUYE UN POLO EN ORIGEN Y UN CERO REAL

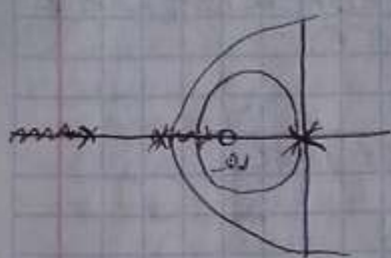
EL CONTROL SE DISEÑA FIJANDO EL CERO CERCA DEL ORIGEN $a = 0.1$

Control Proporcional Integral



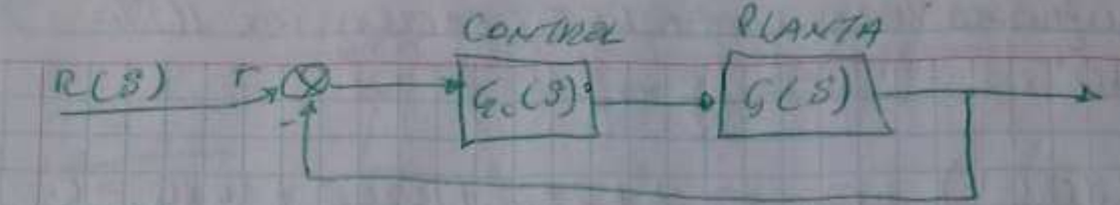
$K=1$ $\quad K_i=0.1$





$K=0.5$ $\quad K_i=0.05$

DISEÑAR UN CONTROL PROPORCIONAL



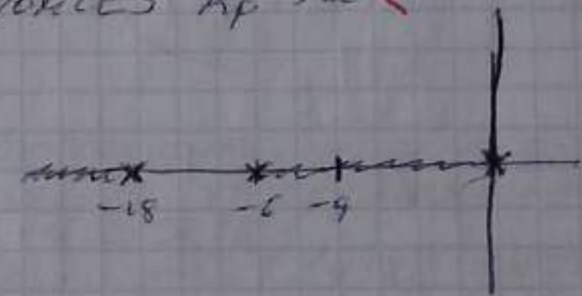
$G(S) = \dfrac{1080}{s(S+6)(S+18)}$, $G_c(S) = K$

CÁLCULO DE RÉGIMEN EN EDO. ESTACIONARIO ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN, $R(S) = \dfrac{1}{S}$

$e_{ssp} = \lim\limits_{S \to 0} \dfrac{1}{1+G_c(S)G(S)(H(S))}$; $K_p = \lim\limits_{S\to 0} G_c(S)G(S)H(S)$

$e_{ssp} = \dfrac{1}{1+K_p}$

SI $G(S)$ TIENE UN ELEMENTO INTEGRADOR (POLO EN $S=0$), ENTONCES $K_p \to \infty$
$e_{ss} \to 0$



SI OBSERVAMOS EL LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES NO ES POSIBLE OBTENER DE LOS POLOS DOMINANTES UN t_s INFERIOR A 1s. YA QUE NINGUNA DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS CONJUGADOS COMPLEJOS INTERSECTA A LA RECTA DEFINIDA POR $\sigma \geq 4$

$t_s = \dfrac{4}{\sigma}$

SI UNA DE LAS ESPECIFICACIONES DEL DISEÑO ES LA PRESICIÓN EN ESTADO ESTACIONARIO ANTE UNA ENTRADA DE TIPO RAMPA DEL 20% (EL e_{ss} ANTE UNA ENTRADA ESCALÓN ES NULO).
SE OBTIENE UNA $K = 0.5$ COMO SIGUE

$$\left.\begin{aligned} K_v &= \frac{1}{e_{ssv}} = \frac{1}{0.2} = 5 \\ K_v &= \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1080K}{s(s+6)(s+18)}\right) = 10K \end{aligned}\right\} 10K = 5 \Rightarrow K = 0.5$$

CON ESE VALOR DE K LOS POLOS EN LAZO CERRADO ESTÁN EN

$1 + \dfrac{1080(0.5)}{s(s+6)(s+18)} = 0 \Rightarrow s^3 + 24s^2 + 108s + 540 = 0$ $\therefore$

$s_{1,2} = -2.042 \pm 4.857j$ (σ, ω_d)

$s_3 = -20$

$t_s = \dfrac{4}{\sigma} = 1.96\,s$

$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d} = 0.647s$

$M_p = e^{-\frac{\pi\sigma}{\omega_d}} = 26.65\%$

HACER LO MISMO PARA UNA ESPECIFICACION DEL 10%

$e_{ssv} = 10\% \quad \therefore \quad K = \frac{10}{10} = 1$

$1 + \frac{1080(1)}{s(s+6)(s+18)} = 0 \Rightarrow s^3 + 24s^2 + 1080s + 1080 = 0$

$s_{1,2} = -1.338 \pm 7j$

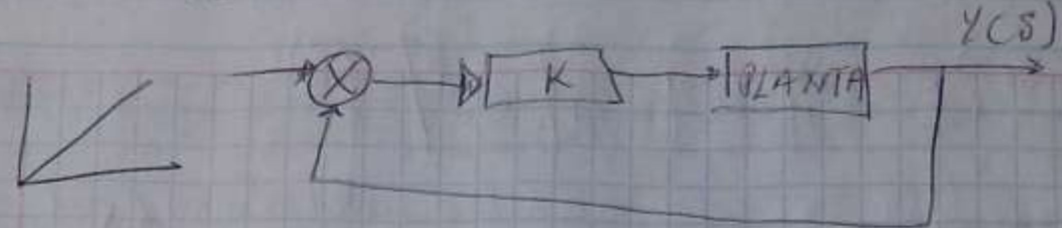
$s_3 = -21.34$

$t_s = \frac{4}{\sigma} = 3s$

$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = 0.45 s.$

$M_p = e^{-\frac{\sigma\pi}{\omega_d}} = 54.8\%$

CONTROL PD

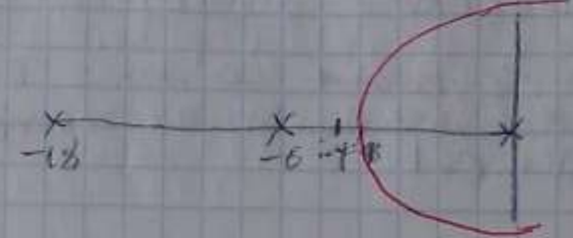


$G(S) = \frac{1080}{S(S+6)(S+18)}$, $G_c(S) = K_d(S+a)$

CON $K_d = KT_d$ Y $a = \frac{1}{T_d}$ SE REQUIERE $t_s = 1s$, $M_p = 10\%$

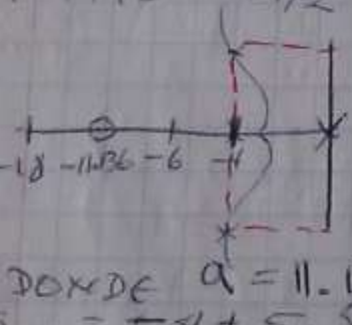
$M_p = e^{-\frac{\pi\sigma}{\omega_d}} \Rightarrow \omega_d = 5.488$ $\qquad t_s = \frac{4}{\sigma} = \sigma = 4$

$S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$



* EL SIST. CON CONTROLADOR PROPORCIONAL NO CONSEGUIRA LAS ESPECIFICACIONES. DEL DISEÑO YA QUE NINGUNA RAMA PASARÁ POR $S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$

* PARA LOGRAR EL PUNTO $S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$ PERTENEZCA AL LGR SE AÑADE UN CONTROLADOR PD INTRODUCIENDO EL CERO DEL CONTROL EN UNA POSICIÓN DESDE DONDE SEA CAPAZ DE ATRAER LAS RAMAS DEL LGR A LA IZQUIERDA DE MANERA QUE SE FORZA AL PUNTO $S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$ A PERTENECER AL LGR.



$\sum tg^{-1}$ (DE CADA ANGULO) $= \pm 180$

$+ \sum tg^{-1} \frac{5.458}{a-4}$

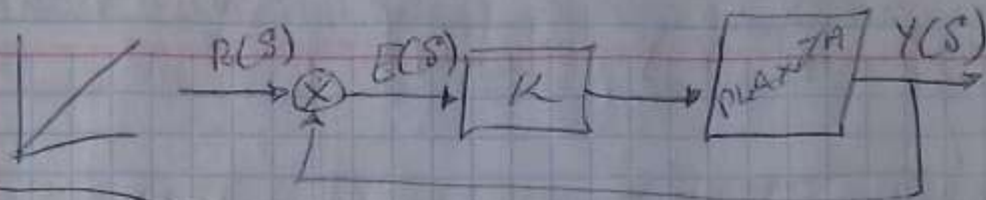
DONDE $a = 11.136$ CON ELLO SE ASEGURA QUE EL PUNTO $S_{1,2} = -4 \pm 5.458j$ PASARÁ POR EL LGR AHORA SE CALCULA EL VALOR DE LA GANANCIA. Kd EN DICHO PUNTO.

$$\frac{K_d(1080) \cdot \sqrt{5.458^2 + (11.136-4)^2}}{\sqrt{5.458^2+4^2} \cdot \sqrt{5.458^2+(6-4)^2} \cdot \sqrt{5.458^2+(18-4)^2}} = 1$$

$K_d = 0.0609.$

CONTROL PI.

UN POLO EN EL ORIGEN Y UN CERO MUY CERCANO DEL ORIGEN. (REAL)



CONTROL PD.

$$G(S) = \frac{1080}{S(S+6)(S+18)}$$

CONTROL PI

$$G_c(S) = \frac{K(S+a)}{S}$$ — 0.1

DONDE $a = \frac{K_i}{K}$ → =1

INTRODUCE UN ~~VALOR~~ CERO REAL Y UN POLO EN EL ORIGEN

EL CERO SE TOMA LO MAS PEQUEÑO POSIBLE RESPETO AL POLO DOMINANTE DE LA F.T. EN LA.

P. ejem. $a = 0.1$

$K = 1$

$K = 0.5$

CONTROL PID $G_c(S) = K_P + K_D S + \frac{K_I}{S}$

CONSIDERE QUE EL CONTROL PID CONSISTE DE UNA PARTE PI, CONECTADA EN CASCADA CON UNA PARTE P.D. ENTONCES

$$G_c(S) = \underbrace{(1 + K_{D1} S)}_{PD}\underbrace{\left(K_{P2} + \frac{K_{I2}}{S}\right)}_{PI}$$

Kp

$$G_c(S) = K_{P2} + \frac{K_{I2}}{S} + K_{P2} K_{D1} S + K_{D1} K_{I2}$$

$$G_c(S) = (K_{P2} + K_{D1} K_{I2}) + (K_{P2} K_{D1} S) + \left(\frac{K_{I2}}{S}\right)$$

* $K_P = K_{P2} + K_{D1} K_{I2}$
* $K_D = K_{D1} K_{P2}$
* $K_I = K_{I2}$

* CONSIDERAR QUE SOLO LA PARTE PD ESTÁ OPERANDO SELECCIONAR EL VALOR DE K_D PARA LOGRAR UNA PARTE DE LA ESTABILIDAD RELATIVA DESEADA (SOBREPASO MÁXIMO)

* SELECCIONAR LOS PARÁMETROS K_{I2} Y K_{P2} PARA QUE EL REQUISITO DE LA ESTABILIDAD RELATIVA SEA SATISFECHO

DISEÑAR UN CONTROL PID PARA:

$$G_P(S) = \frac{2.718 \times 10^9}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

CON PD INCLUIDO

CERO DEFINIDO

$e_{SS\,RAMPA} \leq 0.2$

$OV._{MAX} \leq 5\%$

$t_r \leq 0.005$ seg

$t_s \leq 0.005$ seg.

$$G(S) = \frac{2.718 \times 10^9 K_{D1}\left(\frac{1}{K_{D1}} + S\right)}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

SE AÑADE EL CONTROL PI Y LA FT EN LA. ES

CON PD + PI INCLUIDOS.

$$G(S) = \frac{2.718 \times 10^9 K_{D1} K_{P2}\left(S + \frac{1}{K_{D1}}\right)\left(S + \frac{K_{I2}}{K_{P2}}\right)}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

$\frac{K_{I2}}{K_{P2}}$ SE SELECCIONA RELATIVAMENTE PEQUEÑO PARA CANCELAR UN POLO EN S^2

K_P

$$G(S) = \frac{2.718\times10^9(1+K_D S)}{S(S^2+3408.3S+1204000)} = \frac{2.718\times10^9 + 2.718\times10^9 K_D S}{S(S^2+3408.3S+1204000)}$$

Ec Característica.

$$S^3+3408.3S^2+(1204000+2.718\times10^9K_D)S+2.718\times10^9=0$$

$$1+Q(S) = 1+\frac{2.718\times10^9K_D S}{S^3+3408.3S^2+1204000S+2.718\times10^9}=0$$

$$Q(S) = \frac{2.718\times10^9 K_D S}{(S+3293.3)(S+57.49+906.6j)(S+57.49-906.6j)}$$

PD

PARA INCLUIR EL CONTROL P.I.

$K_D = 0.002$

$$\frac{2.718\times10^9K_{P2}K_D\left(S+\frac{1}{K_D}\right)\left(S+\frac{K_{I2}}{K_{P2}}\right)}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

15

$$\therefore G(S) = \frac{5.436\times10^6K_{P2}(S+500)(S+15)}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

El seleccionar

$K_{P2} = 0.3$
$K_{D1} = 0.002$
$K_{I2} = 4.5$

Entonces:

$K_I = K_{I2} = 4.5$

$K_P = K_{P2}+K_{D1}K_{I2} = 0.3+0.002\times4.5 = 0.309$

$K_D = K_{D1}K_{P2} = 0.002\times0.3 = 0.0006$

CONSIDERE EL SIST. DE CONTROL

$$G_p(S) = \frac{2.718\times10^9}{S(S+400.26)(S+3008)}$$

$e_{ss} \leq 0.2$

$OV_{MAX} \leq 5\%$

$t_r \leq 0.005$ seg

$t_s \leq 0.005$ seg

1.- SE APLICA EL CONTROL PD.

$$G_p(S) = \frac{2.718\times10^9(1+K_D S)}{S(S+400.26)(S+3008)}$$ SIST. EN LAZO CERRADO

LA EC. CARACTERÍSTICA ES:

$$\frac{G(S)}{1+G(S)(H(S))} = \frac{2.718\times10^9(1+K_D S)}{S^3+3408S^2+(1204000+2.718\times10^9 K_D)S+2.718\times10^9}$$

$$S^3+3408.3S^2+(1204000+2.718\times10^9 K_D)S+2.718\times10^9=0$$

$$\dot{q} = KX\sqrt{h}$$

$$K = \frac{q}{X\sqrt{h}} = \frac{m^2}{S}\,m = \frac{m^3}{S}$$

$h_1 > h_2$

$h_1 = 4m$ $h_2 = 2m$ $K_1 = 1$ $K_2 = 2$ $X_1 = 1$ $X_2 = 1$ $A_1 =$ $A_2 =$

CONTORNO DE LAS RAÍCES

VARIACIÓN DE PARÁMETROS.

EJ. CONST. DE LA EC. CARACTERÍSTICA

$$S^3+K_2S^2+K_1S+K_1=0$$

K_1 Y K_2 PUEDEN VARIAR DESDE 0 a ∞ COMO 1er PASO SE ASUME QUE $K_2=0$ $\therefore$

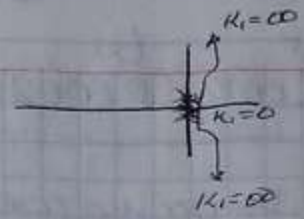
$S^3+K_1S+K_1=0$, SE DIVIDE ENTRE S^3 QUE ES EL TÉRMINO QUE NO CONTIENE K_1

$$1+\frac{K_1(S+1)}{S^3}=0$$

B 307

El contorno de las raíces se dibuja en base a la config. de polos y ceros de

$g_1 H_1 = \frac{S+1}{S^3}$



Posteriormente se deja que K_2 varíe de 0 a ∞ mientras $K_1=0$ al dividir (1) sobre los términos que no contienen a K_2 se obtiene:

$1 + \frac{K_2 S^2}{S^3 + K_1 S + K_1}$ $\therefore$ $G_2 H_2 = \frac{S^2}{S^3 + K_1 S + K_1}$

$$G_{eq}(S) = \frac{2.718 \times 10^9 K_D S}{(S+3293.3)(S+57.49+906.6j)(S+57.49-906.6j)}$$

GRAFICAR EN MATLAB Y VERIFICAR ~~OV~~ MÍNIMO O.V

K_D	O.V.	t_r	t_s	RAICES	
0.0	78.88	0.00125	0.0495	-3293.3	$-57.49 \pm 906j$
0.002	11.37	0.0008	0.00255	-531.89	$-1438.2 \pm 1744j$
0.01	31.14	0.00026	0.00093	-96	$-1655 \pm 5032j$

Se mejora la estab relativa del sistema.
Otro método sea la Ec. caract.

$$S^3 + 3408.3S^2 + (1204000 + 2.718 \times 10^9 K_D)S + 2.718 \times 10^9 = 0$$

Dado que los polos son:
-3293.3 y $-57.49 \pm 906.6j$
Se realizan el sist. despreciando el polo más cercano, se divide la Ec. Caract. por 3408.3 para normalizarla.

$S^2 + (353.25 + 797470 K_D)S + 797470 = 0 \Rightarrow S^2 + 2\zeta W_n S + W_n^2$
$\therefore$ $2\zeta W_n = (353.25 + 797470 K_D)$

$W_n = \sqrt{797470} = 893.01$ Si $\zeta = 1$ $K_D = \frac{(2\zeta)(893.01) - 353.25}{797470} \approx 0.0018$

Se escoje un valor relativamente pequeño de K_{I2}/K_{P2} resp. al polo más lejano a la izq. pero sin estar en el origen
Se comienza a evaluar $K_{P2}=1$

$\frac{K_{I2}}{K_{P2}} = 15$ $G_c(S)G_p(S) = \frac{K_{D1} K_{P2}\left(S + \frac{1}{K_{D1}}\right)\left(S + \frac{K_{I2}}{K_{P2}}\right) 2.718 \times 10^9}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$

SIGUE

EVALUANDO Y SUST.

$$G_c(S)G_p(S) = \frac{5.436\times10^6(0.3)(S+500)(S+15)}{S^2(S+400.26)(S+3008)}$$

K_p	OV SOBREPASO	t_r	t_s	RAICES
0.3	4.8	0.002	0.002	-15.3, -2355, $-519 \pm 263.1j$
6				

DADA LA F.T. DE UN MOTOR DE D.C.

$$\frac{\Theta_m(S)}{E_a(S)} = \frac{K_i}{L_a J_m S^3 + (R_a J_m + B_m L_a)S^2 + (K_b K_i + R_a B_m)S}$$

$J_m = 0.01$
$B_m = 0.1$
$K_i = K_b = 0.01$
$R_a = 1$
$L_a = 0.5$

$$\frac{\Theta_m(S)}{E_a(S)} = \frac{0.01}{0.005S^3 + 0.06S^2 + 0.1S}$$

DISEÑAR UN PID. PARA CONTROL DE POSICIÓN.

$$JS\omega(S) = K_{bf}\, i(S) + f_{eq}\,\omega(S) \Rightarrow i(S) = \frac{JS\omega(S) + f_{eq}\omega(S)}{K_{bf}}$$

SUST. EN A.3

$$LS\left(\frac{JS\omega(S) + f_{eq}\,\omega(S)}{K_{bf}}\right) = -R\left(\frac{JS\,\omega(S) + f_{eq}\,\omega(S)}{K_{bf}}\right) - K_{bf}\,\omega(S) + u(S)$$

$$\frac{LSJS\,\omega(S)}{K_{bf}} + \frac{LSf_{eq}\,\omega(S)}{K_{bf}} = -\frac{RJS\,\omega(S)}{K_{bf}} + \frac{f_{eq}R\,\omega(S)}{K_{bf}} - K_{bf}\,\omega(S) + u(S)$$

$$\frac{LSJS\,\omega(S)}{K_{bf}} + \frac{LSf_{eq}\,\omega(S)}{K_{bf}} + \frac{RJS\,\omega(S)}{K_{bf}} + \frac{Rf_{eq}\,\omega(S)}{K_{bf}} + K_{bf}\,\omega(S) = u(S)$$

$$\omega(S)\left(\frac{LSJS}{K_{bf}} + \frac{LSf_{eq}}{K_{bf}} + \frac{RJS}{K_{bf}} + \frac{Rf_{eq}}{K_{bf}} + K_{bf}\right) = u(S).$$

$$\frac{\omega(S)}{u(S)} = \frac{K_{bf}}{LJS^2 + S(RJ + Lf_{eq}) + f_{eq}R + K_{bf}^2} = \frac{\theta(S)\,S}{u(S)}.$$

ó RESPECTO A $\theta(S)$.

DESPEJANDO $\frac{\theta(S)S}{u(S)}$ DE LA EC ANTERIOR $\quad \theta(S) = \frac{1}{S}(\omega(S))$

$$\frac{\theta(S)}{u(S)} = \frac{K_{bf}}{S\left(LJS^2 + S(RJ + Lf_{eq}) + f_{eq}R + K_{bf}^2\right)}$$

DISEÑO DE CONTROLADORES EN ESPACIO DE ESTADOS

UN SIST ES COMPLETAMENTE CONTROLABLE SI EXISTE UN CONTROL SIN RESTRICCIONES $u(t)$, TAL QUE PUEDE LLEVAR CUALQUIER ESTADO INICIAL $x(t_0)$ A CUALQUIER OTRO ESTADO DESEADO $x(t)$ EN UN TIEMPO INFINITO $t_0 \leq t \leq T$

$$\text{rango}\,[B \quad AB \quad A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] = n$$

PARA UN SISTEMA SISO

$\rightarrow P_c = [B \quad AB \quad A^2B \dots A^{n-1}B]$ SI $|P_c| \neq 0$ EL SIST. ES CONTROLABLE

Ej
$$\dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}}_{A} \overset{x}{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} \qquad \dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = \overset{C}{[1 \ 0 \ 0]}\,\overset{x}{x} + \overset{D}{[0]}\,\overset{u}{u} \qquad y = Cx + Du$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \\ -a_0(-a_2) & -a_0+a_1a_2 & -a_1+a_2^2 \end{bmatrix}$$

$$P_c = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -a_2 \\ 1 & -a_2 & (a_2^2-a_1) \end{bmatrix} \qquad |P_c| = 1 \neq 0$$

El SIST. ES CONTROLABLE

PROB. 2

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ 1]\,x + [0]\,u$$

$$P_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \qquad |P_c| = 0$$

$\therefore$ EL SIST. NO ES CONTROLABLE

Diga si el sist. es controlable

$$\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = u$$

$$x_1 = y \quad | \quad \dot{x}_1 = x_2$$
$$x_2 = \dot{y} \quad | \quad \dot{x}_2 = x_3$$
$$x_3 = \ddot{y} \quad | \quad \dot{x}_3 = -5x_3 - 3x_2 - 2x_1 + u.$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u$$

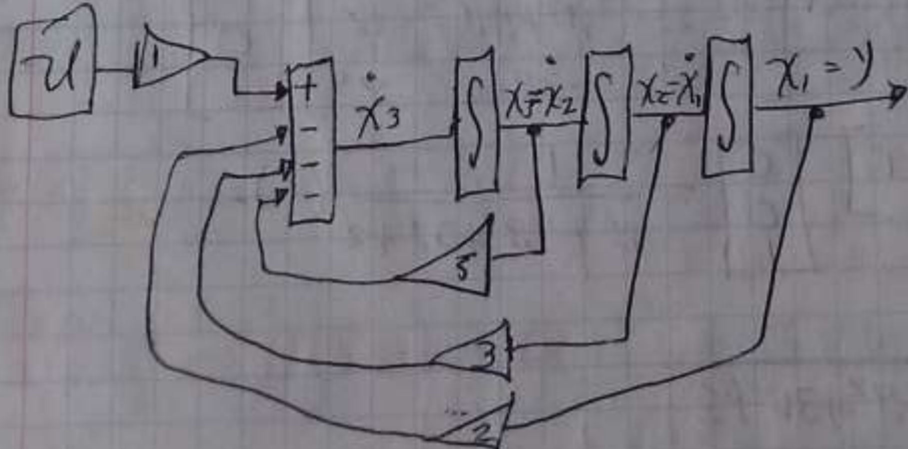
$$y = Cx = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} =$$

Construimos $P_c = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B \end{bmatrix} = \begin{array}{ccc} B & AB & A^2B \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \\ 1 & -5 & 22 \end{bmatrix}$,

$$A^2B = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix}}_{A^2} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \\ 10 & 13 & 22 \end{bmatrix}}_{A^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 22 \end{bmatrix}}_{A^2B}$$

$\therefore |P_c| = -1 \neq 0 \therefore$ El sist. es controlable.

Para pasar a bloques



PARA LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA.

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = C\,(SI-A)^{-1}B$$

$$(SI-A) = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -1 & 0 \\ 0 & S & -1 \\ 2 & 3 & S+5 \end{bmatrix}$$

$$|(SI-A)| = S\begin{bmatrix} S & -1 \\ 3 & S+5 \end{bmatrix} - 0\begin{bmatrix} \; \end{bmatrix} + 2\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ S & -1 \end{vmatrix} = S^3+5S^2+3S+2$$

$$(SI-A)^{-1} = \frac{Adj\,(SI-A)}{det\,(SI-A)} \qquad Adj(SI-A) = [cof\,(SI-A)]^T$$

RESPETANDO EL SIGNO

$$\begin{matrix} +\begin{vmatrix} S & -1 \\ 3 & S+5 \end{vmatrix}, & -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & S+5 \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} 0 & S \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & S+5 \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} S & 0 \\ 2 & S+5 \end{vmatrix}, & -\begin{vmatrix} S & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ S & -1 \end{vmatrix}, & -\begin{vmatrix} S & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} S & -1 \\ 0 & S \end{vmatrix} \end{matrix} = \begin{bmatrix} S^2+5S+3 & -2 & -2S \\ S+5 & S^2+5S & -3S-2 \\ 1 & S & S^2 \end{bmatrix}$$

TRANSPONIENDOLA Y DIVIDIENDOLA

$$\begin{bmatrix} S^2+5S+3 & S+5 & 1 \\ -2 & S^2+5S & S \\ -2S & -3S-2 & S^2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{S^3+5S^2+3S+2}$$

$$= \frac{1}{S^3+5S^2+3S+2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S^2+5S+3 & S+5 & 1 \\ -2 & S^2+5S & S \\ -2S & -3S-2 & S^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{det}\begin{bmatrix} S^2+5S+3 & S+5 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{S^3+5S^2+3S+2}(1) =$$

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{1}{S^3+5S^2+3S+2}$$

OBSERVABILIDAD: UN SIST. ES COMPLETAMENTE OBSERVABLE SI EXISTE UN TIEMPO FINITO t, DE FORMA QUE EL ESTADO INICIAL $X(0)$ SE PUEDA DETERMINAR A PARTIR DE LA OBSERVACIÓN DE LA HISTORIA $y(t)$ DADO EL CONTROL $u(t)$

DADO UN SIST. SISO

$$P_0 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n} \end{bmatrix} ; |P| \neq 0$$

Ej

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$CA = [0 \ 1 \ 0], \quad CA^2 = [0 \ 0 \ 1]$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \det(P_0) = 1 \ \therefore$$ EL SIST. ES OBSERVABLE

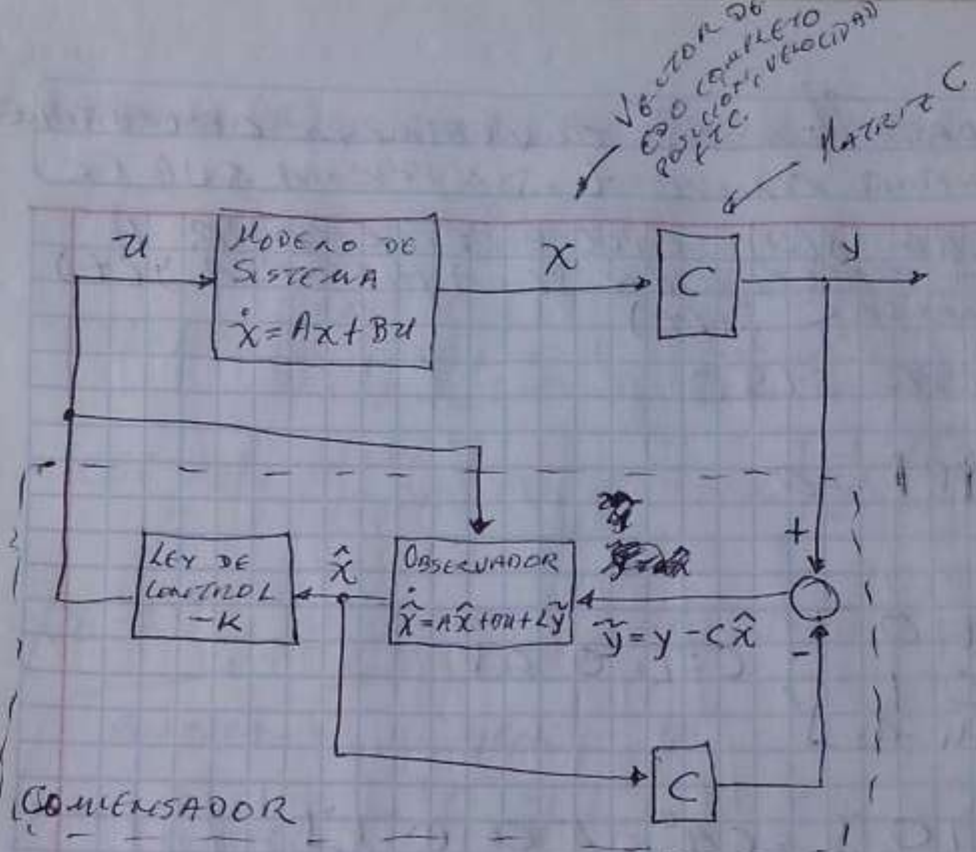
PROBLEMA. DEMOSTRAR SI EL SIST. ES CONTROLABLE Y OBSERVABLE.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u \qquad y = [1 \ \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} C \\ AC \end{bmatrix} \qquad CA = [1 \ \ 1] \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = [\underset{(1\times 2)+(1\times -1)}{1} \ \ \underset{(0\times 1)+(1\times 1)}{1}]$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad |P_0| = 0$$ EL SIST. NO ES OBSERVABLE



DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL CON RETROALIMENTACIÓN DEL VECTOR DE ESTADO COMPLETO

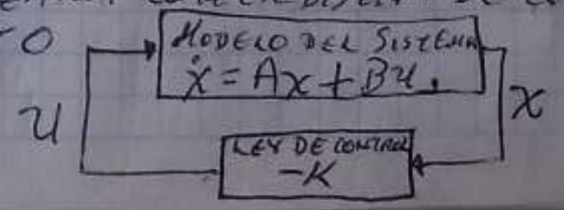
EN ESTE DISEÑO LO PRIMERO QUE SE SUPONE ES QUE TODOS LOS ESTADOS ESTÁN DISPONIBLES PARA LA RETROALIMENTACIÓN ESTO ES, QUE SE TIENE ACCESO AL ESTADO COMPLETO $x(t)$, PARA TODO t. LA ENTRADA AL SISTEMA, $u(t)$ ESTÁ DADA POR

$$u=-Kx$$

EL OBJETIVO DEL PROCESO DE DISEÑO MEDIANTE LA RETROALIMENTACIÓN DEL VECTOR DE ESTADO COMPLETO ES DETERMINAR LA MATRIZ DE GANANCIA K.

UNA VENTAJA DEL DISEÑO ES QUE EL PROBLEMA SE SEPARA EN UNA COMPONENTE DE RETROALIMENTACIÓN DEL VECTOR DE EDO COMPLETA Y UNA COMPONENTE DEL DISEÑO DEL OBSERVADOR.

PRIMERO SE COMENZARÁ CON EL DISEÑO DE RETROALIMENTACIÓN DE ESTADO COMPLETO



LEY DE CONTROL

$u = -Kx$

$T_s = 1\,seg$

$\omega_n = 6 \frac{rad}{seg}$

$K_1 = 170.8$

$K_2 = 79.1 \qquad K = [170.:$

CON EL SIST. DEFINIDO POR

$\dot{x} = Ax + Bu$

Y LA LEY DE CONTROL RETROALIMENTADA

$u = -Kx$

SE DETERMINA QUE EL SIST. EN LAZO CERRADO ES.

$\dot{x} = Ax + Bu = Ax - BKx = (A - BK)x$

LA EC. CARACTERÍSTICA ES $\det(\lambda I - (A - BK)) = 0$

SI TODAS LAS RAÍCES DE LA EC. CARACT. SE ENCUENTRAN EN EL SEMIPLANO IZQUIERDO, ENTONCES EL SIST. EN LAZO CERRADO ES ESTABLE ES DECIR.

$x(t) = e^{-(A-BK)t} x(t_0) \rightarrow 0$ CUANDO $t \rightarrow \infty$.

CONTROLABILIDAD.

DADO EL PAR (A, B) SIEMPRE SE PUEDE DETERMINAR K PARA SITUAR TODOS LOS POLOS DEL SIST. EN LAZO CERRADO EN EL SEMIPLANO IZQUIERDO, SIEMPRE Y CUANDO LA MATRIZ DE CONTROLABILIDAD P_c SEA DE RANGO COMPLETO

LA ADICIÓN DE UNA REFERENCIA SE PUEDE CONSIDERAR COMO:

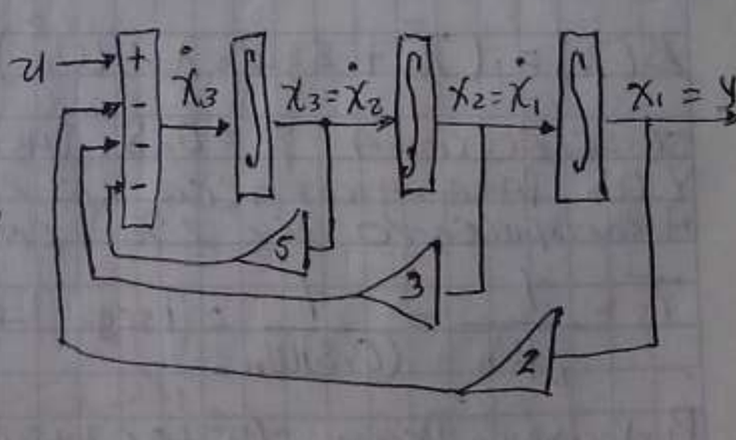
$u(t) = -Kx(t) + N r(t)$

$r(t)$ ES LA ENTRADA DE REFERENCIA.

EJEM. DISEÑO PARA UN SIST. DE TERCER ORDEN

SE CONSIDERA EL SIG. SIST DE 3ER ORDEN MEDIANTE SU EC. DIF.

$$\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = u$$



$x_1 = y \quad | \quad \dot{x}_1 = x_2$

$x_2 = \dot{y} \quad | \quad \dot{x}_2 = x_3$

$x_3 = \ddot{y} \quad | \quad \dot{x}_3 = -5x_3 - 3x_2 - 2x + u$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{u}_{u}$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}}_{x}$$

SI LA MATRIZ DE REALIMENTACIÓN EN VARIABLES DE ESTADOS ES:

$K = [K_1 \ K_2 \ K_3]$

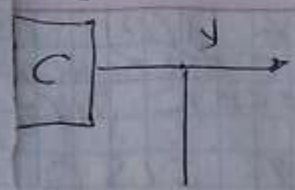
Y LA LEY DE CONTROL

$u = -Kx,$

EL SIST. EN LAZO CERRADO ES:

$\dot{x} = Ax + BKx = (A - BK)x$

MATRIZ C



LA MATRIZ DE REALIMENTACION DE ESTADOS ES:

$$[A-BK] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [K_1 \ K_2 \ K_3] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix}$$

$$[A-BK] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -(2+K_1) & -(3+K_2) & -(5+K_3) \end{bmatrix}$$

LA EC. CARACTERÍSTICA ES:

$$\det(\lambda I - [A-BK]) = \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -(2+K_1) & -(3+K_2) & -(5+K_3) \end{bmatrix} \right|$$

$$\left| \begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ 2+K_1 & 3+K_2 & \lambda+(5+K_3) \end{bmatrix} \right| = \lambda^3 + (5+K_3)\lambda^2 + (3+K_2)\lambda + (2+K_1) = 0$$

SI SE DESEA UNA RÁPIDA RESP. CON UN SOBREPASO PEQUEÑO SE SELECCIONA LA EC. CARACTERÍSTICA.

$$\Delta(\lambda) = (\lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2)(\lambda + \xi\omega_n)$$

SE SELECCIONA $\xi = 0.8$ PARA OBT. UNA SOBREELONGACIÓN MÍNIMA Y ω_n PARA SATISFACER LOS REQUERIMIENTOS DE TIEMPO DE ASENTAMIENTO DEL 2%, ENTONCES

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{(0.8)\omega_n} = 1\,\text{seg.} \Rightarrow \omega_n = 6\ \frac{\text{rad}}{s}$$

$\therefore$ P_d = POLINOMIO DESEADO $= (\lambda^2 + 9.6\lambda + 36)(\lambda + 4.8) = \lambda^3 + 14.4\lambda^2 + 82.1\lambda + 172.8$

COMPARANDO POLINOMIOS $\begin{cases} 5 + K_3 = 14.4 \\ 3 + K_2 = 82.1 \\ 2 + K_1 = 172.8 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $K_3 = 9.4$, $K_2 = 79.1$, $K_1 = 170.8$

LEY DE CONTROL

$u = -Kx$

$T_s = 1\,seg$

$\omega_n = 6 \frac{rad}{seg}$

$K_1 = 170.8$

$K_2 = 79.1 \qquad K = [170.8 \quad 79.1 \quad 9.4]$

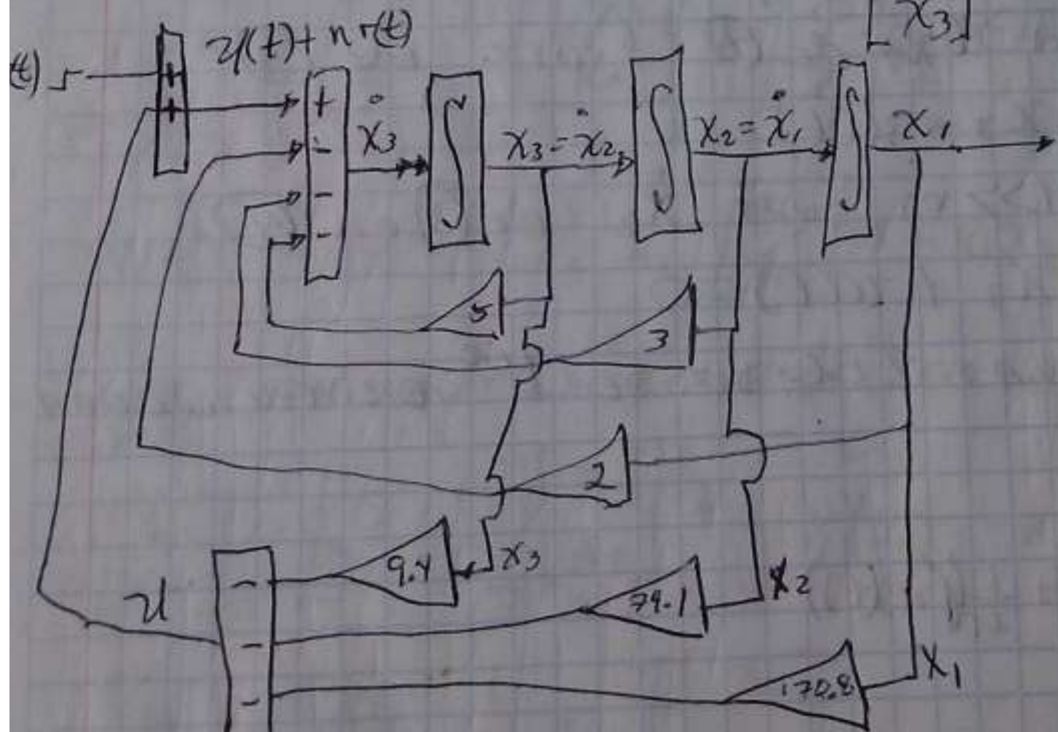
$K_3 = 9.4$

$$\dot{x} = Ax + B\,x\,K = (A - BK)x$$

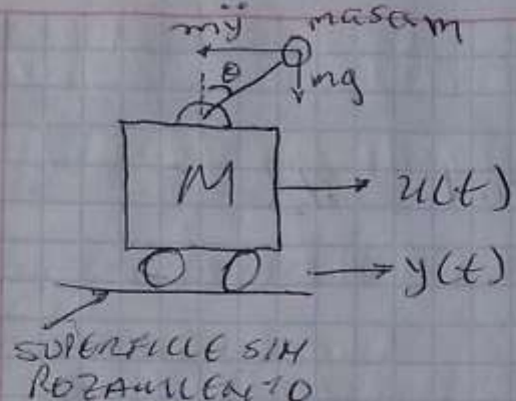
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u = AX + Bu$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_1$$

$$-Kx = -[170.8 \quad 79.1 \quad 9.4] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = -170.8x_1 - 79.1x_2 - 9.4x_3$$



CONTROL DE UN PÉNDULO INVERTIDO



$M >> m$

$$M\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - u(t) = 0 \ldots (1)$$

$u(t)$ ES LA FUERZA SOBRE EL CARRO l ES LA DISTANCIA ~~DESDE~~ DESDE m HASTA EL PUNTO PIVOTE

LA SUMA DE LOS MOMENTOS DE TORSIÓN RESPECTO AL PIVOTE SON $ml\ddot{y} + ml^2\ddot{\theta} - mlg\theta = 0 \ldots (2)$

$x_1 = y$
$x_2 = \dot{y}$
$x_3 = \theta$
$x_4 = \dot{\theta}$

(1) Y (2) QUEDA.

$$M\dot{x}_2 + ml\dot{x}_4 - u(t) = 0 \ldots (3)$$

$$\dot{x}_2 + l\dot{x}_4 - gx_3 = 0 \ldots 4$$

SE DESPEJA $l\dot{x}_4$ de (4) Y SUST. EN (3)

$$M\dot{x}_2 + mgx_3 = u(t)$$

dado que $M >> m$, sust $\dot{x}_2$ de (3) en (4)

$$Ml\dot{x}_4 - Mgx_3 + u(t) = 0$$

POR TANTO, LAS 4 EC. DIF. DE 1ER ORDEN QUEDA COMO

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{mg}{M}x_3 + \frac{1}{M}(u(t))$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{g}{l}x_3 - \frac{1}{Ml}u(t)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -mg/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & g/l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \\ 0 \\ -1/Ml \end{bmatrix} u$$

SI TODAS LAS VARIABLES SON MEDIBLES, SE PUEDE USAR $u = -Kx$

SE COMIENZA CON LA REDUCCIÓN DEL SISTEMA SUPONIENDO QUE LA SEÑAL DE CONTROL ES UNA ACELERACIÓN Y QUE LA MASA DEL CARRO ES DESPRECIABLE

LA EC (4) ES

$$g x_3 - l \dot{x}_4 = \dot{x}_2 = \ddot{y} = u(t)$$

LA POSICIÓN Y VELOSIDAD DEL CARRO PASAN A SER FUNCIONES INTEGRALES DE $u(t)$ ENTONCES

$$x_3 = \theta \quad , \quad x_4 = \dot{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g/l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{l} \end{bmatrix} u(t).$$

$$u(t) = -Kx = -[K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = -K_1 x_3 - K_2 x_4$$

SUST. ESTA SEÑAL DE CONTROL EN EL SIST. EN ESP. DE EDOS.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g/l & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (1/l)(K_1 x_3 - K_2 x_4) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{l}(g+K_1) & \frac{K_2}{l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

SI SE OBTIENE LA EC. CARACTERÍSTICA, SE TIENE

$$\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ -\left(\frac{1}{\ell}\right)(g+k_1) & \left(\lambda-\frac{k_2}{\ell}\right) \end{bmatrix} = \lambda\left(\lambda-\frac{k_2}{\ell}\right)-\frac{1}{\ell}(g+k_1)$$

$$= \lambda^2-\left(\frac{k_2}{\ell}\right)\lambda+\frac{1}{\ell}(k_1+g)$$

PARA QUE EL SIST. SEA ESTABLE SE REQUIERE QUE

$$\left(\frac{k_2}{\ell}\right)<0 \quad y \quad k_1>-9$$

OBSERVE QUE SE HA ESTABILIZADO UN SIST. INESTABLE, MIDIENDO LAS VARIABLES DE ESTADO x_3 Y x_4 Y UTILIZANDO LA FUNCIÓN DE CONTROL $u=-kx$ PARA OBTENER UN SIST. ESTABLE. SI SE DESEA TENER UNA RESPUESTA RÁPIDA CON UN SOBREPASO RAZONABLE, SE SELECCIONA $\omega_n=10$ Y $\xi=0.8$, ENTONCES SE REQUIERE

$$\frac{k_2}{\ell}=-16 \quad y \quad \frac{k_1+9}{\ell}=100$$

LA RESP. A UN ESCALÓN TENDRÍA UN SOBREPASO DE 1.5% Y UN $t_s=0.5$ seg.

METODO DE ACKERMANN

PARA UN SIST. SISO, EL METODO ES UTIL PARA DETERMINAR LA MATRIZ DE REALIMENTACIÓN EN VARIABLES DE ESTADO

$K = [K_1, K_2, \dots K_n]$ DONDE $u = -Kx$

DADA LA EC. CARACTERÍSTICA DESEADA

$$q(\lambda) = \lambda^n + \alpha_1 \lambda^{n-1} + \dots + \alpha_n$$

LA MATRIZ DE GANANCIA DE RETROALIMENTACIÓN ES:

$$K = [0\ 0 \dots 1]\, P_c^{-1}\, q(A)$$

DONDE

$q(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \dots \alpha_{n-1} A + \alpha_n I$ y P_c ES LA MATRIZ DE CONTROLABILIDAD

EJEM: $\dfrac{Y(S)}{U(S)} = G(S) = \dfrac{1}{S^2}$

SE REQUIERE DETERMINAR LA MATRIZ DE RETROALIMENTACIÓN K PARA SITUAR LOS POLOS EN LAZO CERRADO EN $S = -1 \pm j$ $\therefore$ SE REQUIERE QUE,

$$q(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 2 \Rightarrow (S+1+j)(S+1-j) = \lambda^2 + 2\lambda + 2$$

y $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ CON $x_1 = y$
$x_2 = \dot{y}$

LA EC. MATRICIAL PARA EL SISTEMA $G(S)$ ES

$$\begin{array}{ll} x_1 = y & \dot{x}_1 = x_2 \\ x_2 = \dot{y} & \dot{x}_2 = u \end{array} \qquad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u$$

LA MATRIZ DE CONTROLABILIDAD ES:

$$P_c = [B\ \ AB] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \therefore \text{ SE OBTIENE } K = [0\ \ 1] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} q(A)$$

DONDE $P_C^{-1} = \frac{1}{-1}\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$

$y\ \varphi(A) = \cancel{\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}}^{0} + 2\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2 & 2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$

ENTONCES, SE TIENE:

$$K = [0 \quad 1]\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 2\\ 0 & 2\end{bmatrix} = [0 \quad 1]\begin{bmatrix}0 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix} = [2\ 2]$$

$$\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$$

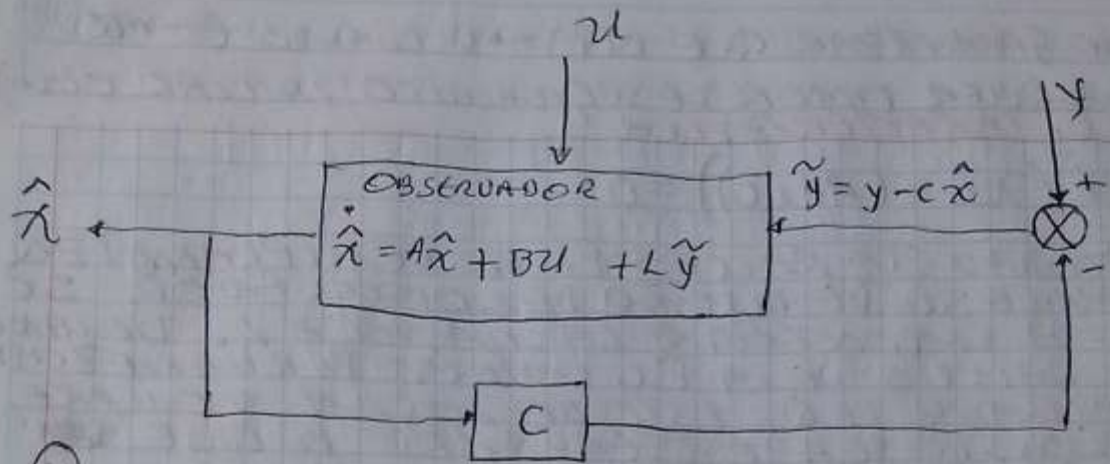
EN EL PROCESO DE DISEÑO DEL VECTOR DE ESTADO COMPLETO SE SUPONE QUE TODOS LOS ESTADOS ESTÁN DISP. PARA RETROALIMENTACIÓN EN CUALQUIER MOMENTO

SIN EMBARGO, NO ES VERDAD YA QUE SÓLO ALGUNOS CUANTOS ESTADOS SON MEDIBLES

EL TENER TODOS LOS ESTADOS MEDIBLES IMPLICA UNA CANTIDAD GRANDE DE SENSORES.

EL COSTO Y COMPLEJIDAD DE SIST. DE CONTROL AUMENTA EN MEDIDA A LA CANTIDAD DE SENSORES. UTILIZADOS.

AFORTUNADAMENTE SI EL SIST. ES COMPLETAMENTE OBSERVABLE, ENTONCES ES POSIBLE ESTIMAR LOS ESTADOS NO MEDIBLES DIRECTAMENTE



Observador de Leumberger.

El observador de estados completo para el sist.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

Es dado por:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \\ \hat{x} : \text{es la estimación de estados } x \\ L : \text{es una matriz de ganancias} \end{cases}$$

El objetivo es dar una estimación $\hat{x}$ de modo que $\hat{x} \to x$ cuando $t \to \infty$

Debido a que no se conoce $x(t_0)$, entonces es necesario dar una estimación inicial $\hat{x}(t_0)$ tal que:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

El diseño del observador tiene que tener en cuenta la capacidad de hacer que $e(t) \to 0$ cuando $t \to \infty$. Por otro lado, se debe tener en cuenta que si el sist. es completamente observable, entonces siempre se puede determinar L de manera que el error de seguimiento sea asintóticamente estable como se desea si se deriva:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}}$$

Usando el modelo del sist. y el observador, resultará en

$$\dot{x} = Ax + Bu - [A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})]$$

$$\dot{e} = Ax + Bu - A\hat{x} - Bu - L(y - C\hat{x}) \quad \text{ó} \quad \dot{e} = (A - LC)\,e(t)$$

SE PUEDE GARANTIZAR QUE $e(t) \to 0$ CUANDO $t \to \infty$ PARA CUALQUIER ERROR DE SEGUIMIENTO INICIAL $e(t_0)$ SI LA EC. CARACTERÍSTICA

$$\det(\lambda I - (A - LC)) = 0$$

TIENE TODAS SUS RAICES EN EL SEMIPLANO IZQ. ∴ EL PROCESO DE DISEÑO DEL OBSERVADOR SE REDUCE A ENCONTRAR LA MATRIZ L. DE MANERA QUE LAS RAICES DE LA EC. CARACT. PERMANEZCAN AL SEMIPLANO IZQ. ESTO SE LOGRA SIEMPRE QUE EL SIST. SEA OBSERVABLE O QUE P_0 SEA DE RANGO COMPLETO

ES DECIR SIEMPRE Y CUANDO EXISTA P_0^{-1}

DISEÑO DE COMPENSADOR

INTEGRACIÓN DE LA REALIMENTACIÓN DEL VECTOR DE ESTADO COMPLETO Y DEL OBSERVADOR.

EL COMPENSADOR SE CONSTRUYE CONECTANDO LA LEY DE CONTROL CON EL OBSERVADOR.

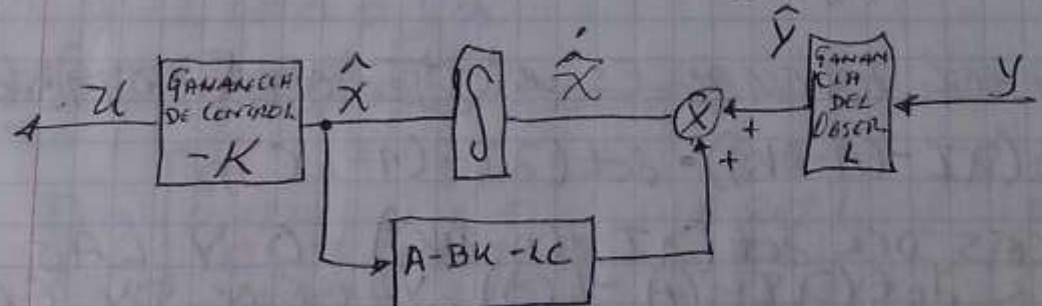
LA ESTRATEGIA CONSISTE EN DISEÑAR LA LEY DE CONTROL COMO $u(t) = -K x(t)$, DONDE SE SUPONE QUE SE TIENE ACCESO COMPLETO $x(t)$.

DESPUES DE DISEÑAR UN OBSERVADOR PARA PROPORCIONAR UNA ESTIMACIÓN DEL ESTADO $\hat{x}(t)$, POSTERIORMENTE SE EMPLEARÁ $\hat{x}(t)$ EN LUGAR DE $x(t)$

ES DECIR $u(t) = -K\hat{x}(t)$ ---- I

LA MATRIZ K SE DISEÑA PARA QUE LAS RAÍCES DE LA EC. CARACTERÍSTICA $\det(\lambda I - (A-BK)) = 0$, ESTEN EN EL LADO IZQ. DEL SEMIPLANO COMPLEJO Y PARA VERIFICAR QUE CUANDO SE USAN $u(t) = -K\hat{x}(t)$, SE MANTIENE LA ESTABILIDAD EN LAZO CERRADO, SE CONSIDERA EL OBSERVADOR

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \underbrace{C\hat{x}}_{\hat{y}}) \qquad \text{DONDE } C\hat{x} = \hat{y}$$



SI SE SUSTITUYE LA LEY DE RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS EN I Y SE REORDENAN LOS TÉRMINOS EN EL OBSERVADOR, ENTONCES SE OBTIENE EL SIST. COMPENSADOR.

$$\dot{\hat{x}} = (A - BK - LC)\hat{x} + Ly \quad \text{---- II}$$

ENTRADA

$$u = -K\hat{x}$$

SALIDA

$$e = x - \hat{x}$$

SI SE CALCULA EL ERROR DE ESTIMACIÓN UTILIZANDO II

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - A\hat{x} - Bu - Ly + LC\hat{x}$$

$$\Rightarrow \dot{e} = (A - LC)e$$

EL ERROR DE ESTIMACIÓN NO DEPENDE DE LA ENTRADA, YA QUE TALES TÉRMINOS SE CANCELAN.

RECORDANDO EL MODELO DEL SIST.

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned}\right\} \text{--- III}$$

SI SE SUSTITUYE $u = -K\hat{x}$ EN III RESULTA

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax - BK\hat{x}$$

Y CON $\hat{x} = x - e$ SE OBTIENE $\dot{x} = (A-BK)x + BKe$

EN FORMA MATRICIAL

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A-BK & BK \\ 0 & A-LC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ e \end{pmatrix}$$

LA EC. CARACT. ASOCIADA ES ~~$\Delta(\lambda) = \det(\lambda I - (A-BK))\det($~~

$$\Delta(\lambda) = \det(\lambda I - (A-BK)) \cdot \det(\lambda I - (A-LC))$$

SI LAS RAICES DEL $\det(\lambda I - (A-BK)) = 0$ Y LAS RAICES DEL $\det(\lambda I - (A-LC))$ YACEN EN EL SEMIPLANO IZQ., ENTONCES EL SISTEMA ES GLOBALMENTE ESTABLE.

DADO EL MODELO DEL PÉNDULO INVERTIDO

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & g/l & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

$l = 0.098$ m
$g = 9.8$ m/s^2
$m = 0.825$ Kg
$M = 8.085$ Kg

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$$

x_1 = ES LA POSICIÓN DEL CARRO
x_2 = ES LA VELOCIDAD
x_3 = ES LA POSICIÓN ANGULAR DEL PÉNDULO (MEDIDA DESDE LA VERTICAL
x_4 = ES LA VELOCIDAD ANGULAR DEL PÉNDULO

SÓLO SE DISPONE DE UN SENSOR P/MEDIR LA POSICIÓN DEL CARRO

¿ES POSIBLE MANTENER LA POSICIÓN ANGULAR DEL PÉNDULO EN $\theta = 0°$ CUANDO ÚNICAMENTE ESTÁ DISPONIBLE x_1?, x_1 = POSICIÓN DEL CARRO.

EN ESTE CASO SE ESPERA LA SIG. EC. DE SALIDA.

$$y = [1\ 0\ 0\ 0]\, x$$

SI SE COMPRUEBA LA CONTROLABILIDAD Y OBSERVABILIDAD

$$P_c = \begin{bmatrix} 0 & 0.1237 & 0 & 1.2621 \\ 0.1237 & 0 & 1.2621 & 0 \\ 0 & -1.2621 & 0 & 126.21 \\ -1.2621 & 0 & -126.21 & 0 \end{bmatrix} \neq 0$$

$$P_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B]$$

$$P_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \end{bmatrix} = P_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \neq 0$$

EL SIST. ES ~~COMPATIBLE~~ CONTROLABLE Y COMPLETAMENTE OBSERVABLE

SE APLICAN LOS 3 PASOS DE DISEÑO SABIENDO QUE SE PUEDEN DETERMINAR K Y L PARA SITUAR TODOS LOS POLOS EN LAZO CERRADO EN LAS POSICIONES DESEADAS.

PASO 1 - DISEÑO DE LA LEY DE CONTROL POR RETRO DE EDO COMPLETA

LOS POLOS DEL SIST. EN LAZO ABIERTO ESTAN LOCALIZADOS EN: $\lambda = 0, 0, -10$ Y 10. EL SIST. ES INESTABLE

SE PROPONE UNA EC. CARAC. DESEADA EN LAZO CERRADO

$$q(\lambda) = (\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2)(\lambda^2 + a\lambda + b)$$

SE SELECCIONA (ζ, ω_n) DE MANERA QUE LOS POLOS SEAN DOMINANTES Y EL PAR (a, b) DE MANERA QUE NO DOMINEN LA RESPUESTA.

$(\zeta, \omega_n) = (0.8, 0.5)$ [$t_s < 10\,s$ CON SOBREPASO PEQUEÑO]

$(a, b) = (16, 100)$ [ESTAN SEPARADOS POR UN FACTOR DE 20 A LOS POLOS DOMINANTES]

$$\det(\lambda I - (A - BK)) = (\lambda + 8 \pm 6i)(\lambda + 0.4 \pm 0.3i)$$

LOS POLOS SITUADOS EN $\lambda = -0.4 \pm 0.3i$ SON LOS DOMINANTES

APLICANDO ACKERMAN

$$K = [-2.2509, -7.5631, -169.0265, -14.0523]$$

PASO 2.- DISEÑO DEL OBSERVADOR. (PROPORCIONARÁ LA ESTIMACIÓN DE LOS ESTADOS NO OBSERVABLES). DEBE SER UNA ESTIMACIÓN PRECISA TAN RAPIDA COMO SEA POSIBLE SIN QUE L RESULTE DEMASIADO GRANDE. A EFECTOS DE DISEÑO SE INTENTARÁ ASEGURAR UNA SEPARACIÓN ENTRE LOS POLOS DEL SIST. EN LAZO CERRADO Y LOS POLOS DEL OBSERVADOR EN UN ORDEN DE 2 A 10.

LA EC. CARACT. DEL OBSERVADOR DESEADO SE SELECCIONA COMO:

$$P(\lambda) = (\lambda^2 + C_1\lambda + C_2)^2$$

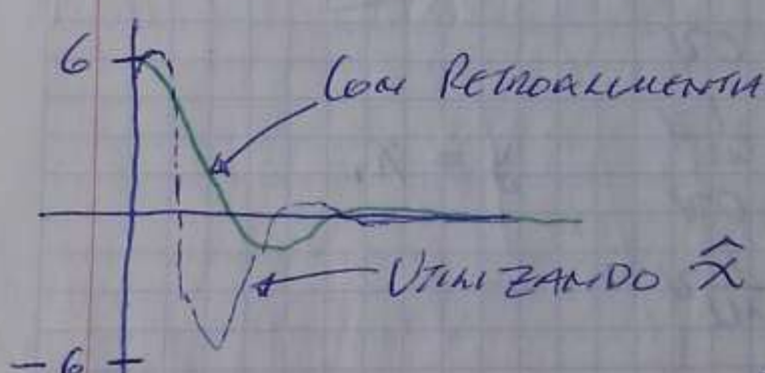
$C_1 = 32$
$C_2 = 711.11$ } PRODUCEN UNA RESPUESTA QUE SE ASIENTE EN 0.5 SEG CON SOBREELONGACIÓN MÍNIMA.

UTILIZANDO NUEVAMENTE ACKERMAN SE DETERMINA LA GANANCIA DEL OBSERVADOR L QUE LOGRA LAS SITUACIONES DESEADAS DE LOS POLOS DEL OBSERVADOR.

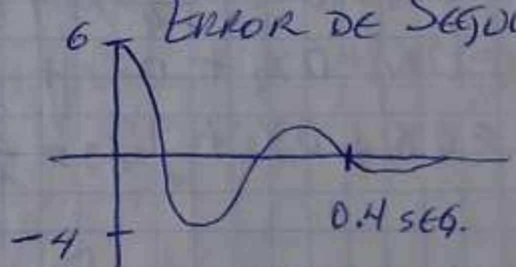
$$\det(\lambda I - (A - LC)) = (\lambda + 16 \pm 21.3i) \quad ES:$$

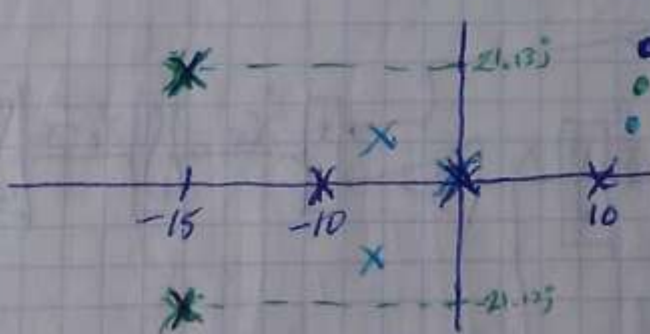
$$L = \begin{bmatrix} 64 \\ 2546.22 \\ -5.1911 \times 10^4 \\ -7.603 \times 10^5 \end{bmatrix}$$

EL PASO FINAL ES CONECTAR EL OBSERVADOR A LA LEY DE CONTROL REALIMENTADA DE LOS ESTADOS COMPLETOS MEDIANTE $u = -K\hat{x}$



ERROR DE SEGUIMIENTO





- POLOS DEL SIST EN LA
- POLOS DEL OBSERVADOR
- POLOS DESEADOS DEL SISTEMA

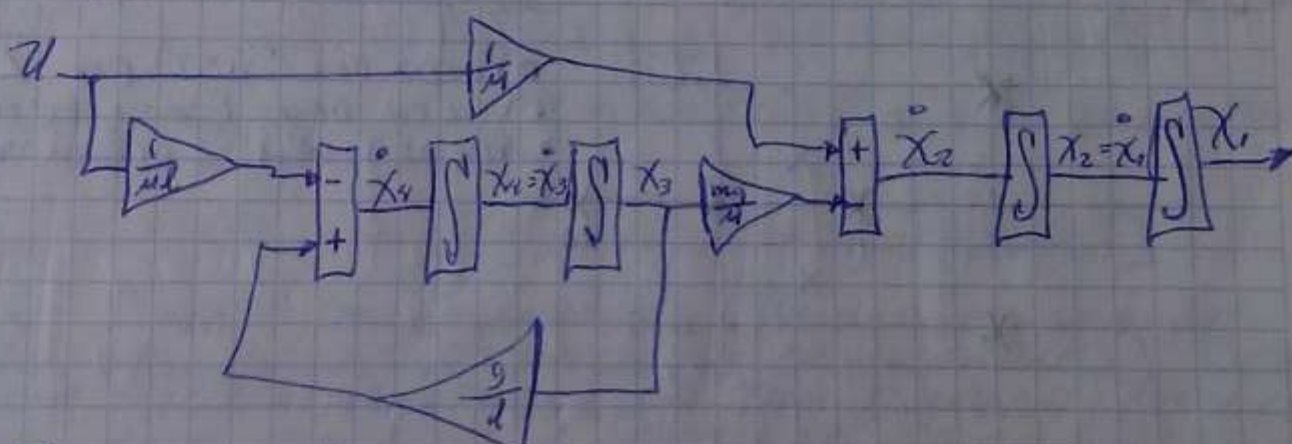
PLANTA.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & \frac{g}{l} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{M}\\ 0\\ -\frac{1}{Ml}\end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_1 = 0x_1 + x_2 + 0x_3 + 0u$$
$$\dot{x}_2 = 0x_1 + 0x_2 - \frac{mg}{M}x_3 + \frac{1}{M}u$$
$$\dot{x}_3 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0u$$
$$\dot{x}_4 = 0x_1 + 0x_2 + \frac{g}{l}x_3 - \frac{1}{Ml}u$$

$$y = x_1$$



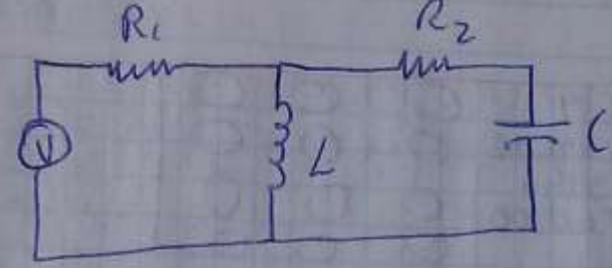
$$A = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 100 & 0\end{bmatrix}$$

$$BK = \begin{bmatrix}0\\ 0.12\\ 0\\ -1.2\end{bmatrix}\left[-2.2504, -7.5631, -169.0265, -14.0523\right] = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ -0.27 & -0.9 & -20.28 & -1.6\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 2.7 & 9.0 & 202 & \end{bmatrix}$$

$$LC = \begin{bmatrix} 64 \\ 2546.22 \\ -5.1911 \times 10^{4} \\ -7.603 \times 10^{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 & 0 \\ 2546.22 & 0 & 0 & 0 \\ -51911 & 0 & 0 & 0 \\ 760300 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$A - BK - LC =$ Ver fotos

TAREA ENTREGARLO



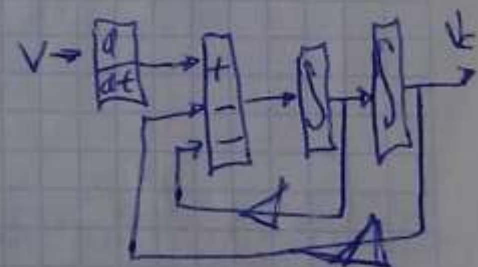
$$\frac{d^2V_c}{dt^2} + 17.6\times10^3\frac{dV_c}{dt} + 500\times10^6V_c = 6\times10^5\dot{V}$$

$x_1 = V_c \qquad \dot{x}_1 = x_2$

$x_2 = \dot{V}_c \qquad \dot{x}_2 = -17.6\times10^3 x_2 - 500\times10^6 x_1 + 6\times10^5\dot{V}$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -500\times10^6 & -17.6\times10^3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 6\times10^5\end{bmatrix}\dot{V}$$

$$y = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} = x = V_c$$



$P_c = \begin{bmatrix}B & AB\end{bmatrix}, \quad P_o = \begin{bmatrix}C\\ CA\end{bmatrix}$

$$|P_c| = \left|\begin{bmatrix}0 & 6\times10^5\\ 6\times10^5 & -17.6\times10^3(6\times10^5)\end{bmatrix}\right| \neq 0 \qquad |P_o| = \left|\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right| \neq 0$$

∴ EL SIST. ES COMPLET. CONTROL. Y EL SISTEM. ES COMPLET. OBSERVABLE.

$$s^2V_c(s) + 17.6\times10^3 sV_c(s) + 500\times10^6V_c(s) = 6\times10^5 sV(s)$$

$$FT = \frac{V_c(s)}{V(s)} = \frac{6\times10^5 s}{s^2 + 17.6\times10^3 s + 500\times10^6}$$

EC. CARACT.

RAICES $s_i = -8800 \pm 20556.25j$

$$s^2 + 17.6\times10^3 s + 500\times10^6 = 0$$

POR MEDIO LA DE LA MATRIZ.

$$\left|[SI - A]\right| = \left|\begin{bmatrix} S & -1 \\ 500\times10^{6} & S+17.6\times10^{3} \end{bmatrix}\right|$$

$$F1 = S(S + 17.6\times10^{3}) + 500\times10^{6} = 0$$

$$= S^{2} + 17.6\times10^{3}S + 500\times10^{6} = 0$$

NORMAN NISE

SISTEMA DE PRUEBA AUTOMÁTICO

DADO EL SISTEMA.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dots (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{bmatrix}$$

LAS ESPECIFICACIONES DE DISEÑO SON UNA RESPUESTA A UN ESCALON CON:

1).- UN TIEMPO DE ASENTAMIENTO MENOR A 2 SEG.

2).- UN SOBREPASO MENOR AL 4%. SE SUPONE QUE LAS VARIABLES DE ESTADO ESTÁN DISPONIBLES PARA REALIMENTACIÓN, DE MANERA QUE EL CONTROL ESTÁ DADO POR:

$$u = -(K_1 \; K_2 \; K_3)x + r = -Kx + r \quad \dots (2)$$

SE DEBEN SELECCIONAR LAS GANANCIAS K, K_1, K_2 Y K_3 PARA CONSEGUIR LAS ESPECIFICACIONES DESEADAS

$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} < 2$$

$$P.O \simeq 100\, e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} < 4$$

ENTONCES: $\zeta > 0.72 \quad \omega_n > 2.8$

SUST. (2) EN (1) (LAZO CERRADO) SE OBTIENE

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -KK_1 & -KK_2 & +5+KK_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{bmatrix} r = Hx + Br \quad \dots (3)$$

$$H = A - BK$$

LA EC. CARACTERÍSTICA DE (3) ES $\det(SI-H)=0$,
RESULTA EN $S(S+1)(S+5) + KK_3\left(S^2 + \frac{K_3+K_2}{K_3}S + \frac{K_1}{K_3}\right) = 0$
SI KK_3 SE TOMA COMO UN PARÁMETRO Y SI $K_1 = 1$
ENTONCES:

$$1 + KK_3 \frac{\left(S^2 + \frac{K_3+K_2}{K_3}S + \frac{1}{K_3}\right)}{S(S+1)(S+5)} = 0$$

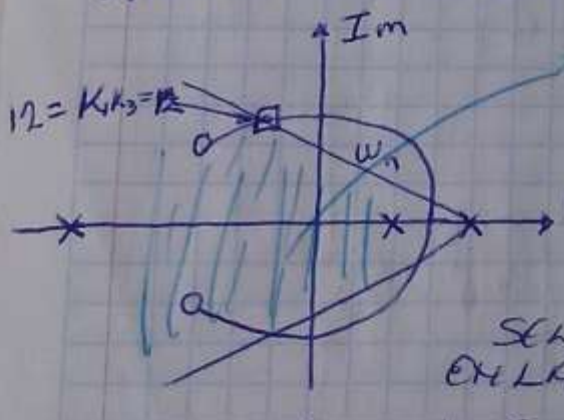
SE SITUAN LOS CEROS EN $S = -4 \pm 2j$
PARA UBICAR EL LUGAR GEOMETRICO EN EL LADO IZQUIERDO DEL PLANO S

POR LO TANTO, EL POLINOMIO DEL NUMERADOR DESEADO ES: $S^2 + 8S + 20$.

SI SE COMPARAN LOS COEFICIENTES CORRESPONDIENTES SE OBTIENE:

$\frac{K_3+K_2}{K_3} = 8$ Y $\frac{1}{K_3} = 20$ ENTONCES $K_1 = 1$, $K_2 = 0.35$, $K_3 = 0.05$

AHORA SE DIBUJA EL LGR CON KK_3 COMO PARÁMETRO



REGIÓN VÁLIDA PARA LOGRAR EL COMPORTAMIENTO DESEADO.
$\omega_n = 2.8$, $\xi = 0.72$

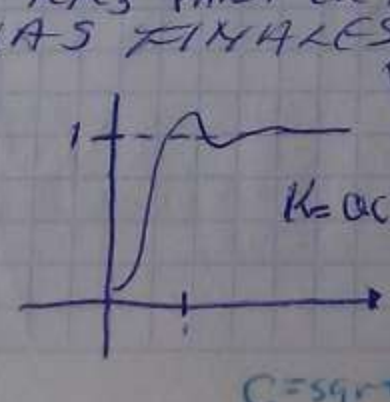
Plot(x,y,':',xc,c,'o',xc,-c,'o')

LAS RAICES PARA LA GANANCIA SELECCIONADA $KK_3 = 12$ SE ENCUENTRAN EN LA REGIÓN DEL COMPORTAMIENTO

LA FUNCIÓN rlocfind SE UTILIZA PARA DETERMINAR EL VALOR DE KK_3 PARA EL PUNTO SELECCIONADO. LAS GANANCIAS FINALES DEL SISTEMA SON:

$K_2 = 0.35$
$K_3 = 0.05$

$K = 240$
$K_1 = 1$
$K_2 = 0.35$
$K_3 = 0.05$



POLOS DESEADOS EN LAZO CERRADO

K=acker(A,B,P)

$\dot{x} = Ax + Bu$

```
num=[1 8 20];
den=[1 6 5 0];
sys=tf(num,den);
clf; rlocus(sys); hold on
zeta=0.72; wn=2.8
x=[-10:0.1:-zeta*wn]
y=(sqrt(1-zeta^2)/zeta)*x;
xc=[-10:0.1:-zeta*wn];
c=sqrt(wn^2-xc^2);
```

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{DONDE} \quad u = -Kx + r$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_1 & -K_2 & -K_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

0

$(+$

$T \rightarrow H$

ENTRADAS DE REFERENCIA

AL DISEÑO DE COMPENSADORES REALIMENTADOS EN VARIABLES DE ESTADO SIN ENTRADAS DE REFERENCIAS $r(t)=0$ SE LE DENOMINA REGULADORES.

SIN EMBARGO HAY TÉCNICAS DISTINTAS PARA REPETIR EL SEGUIMIENTO DE UNA ENTRADA DE REFERENCIA:

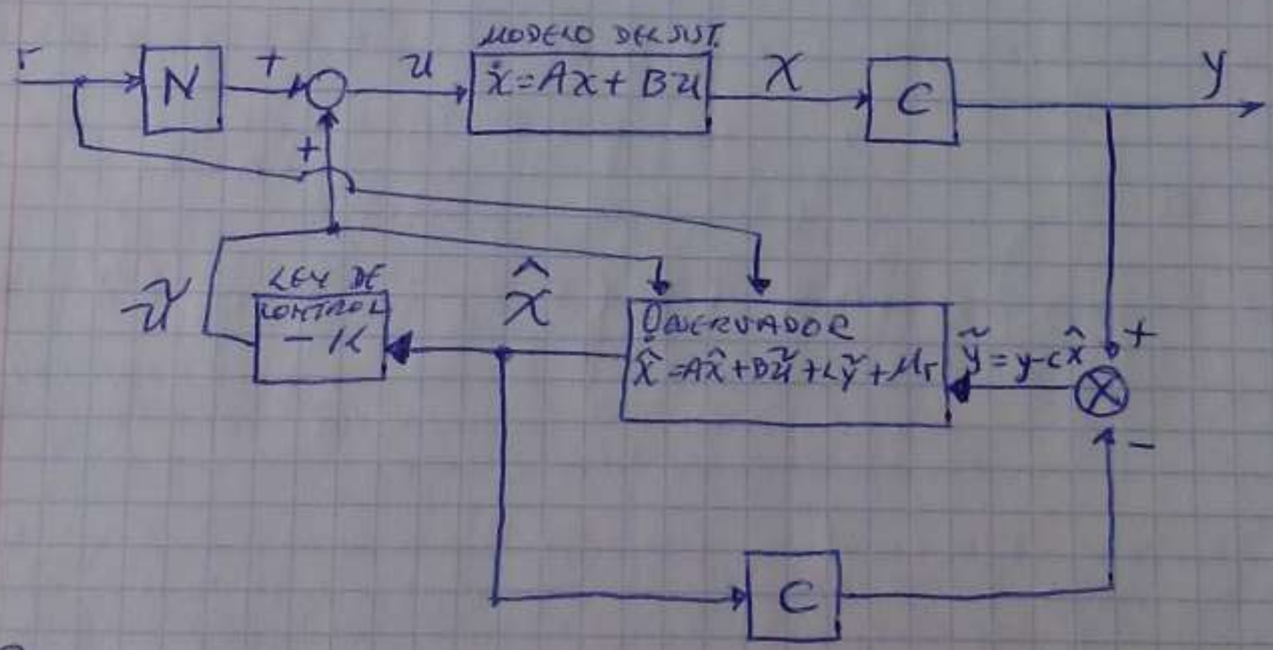
A CONTINUACIÓN SE PRESENTAN DOS DE LOS METODOS MAS COMUNES.

LA FORMA GENERAL DE UN COMPENSADOR REALIMENTADO EN ESP. DE ESTADOS ES:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B\tilde{u} + L\tilde{y} + Mr$$

$$u = \tilde{u} + Nr = -K\hat{x} + Nr$$

DONDE: $\tilde{y} = y - C\hat{x}$ y $\tilde{u} = -K\hat{x}$



CUANDO LA ENTRADA DE REFERENCIA ES UN ESCALAR (UNICA ENTRADA), M ES UN VECTOR COLUMNA DE LONGITUD n DONDE n ES LA LONGITUD DEL VECTOR DE ESTADO x Y N ES UN ESCALAR

$$L(Cx - C\hat{x}) = LC\underbrace{(x - \hat{x})}_{e}$$

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - A\hat{x} - B\tilde{u} - L\tilde{y} - Mr$$

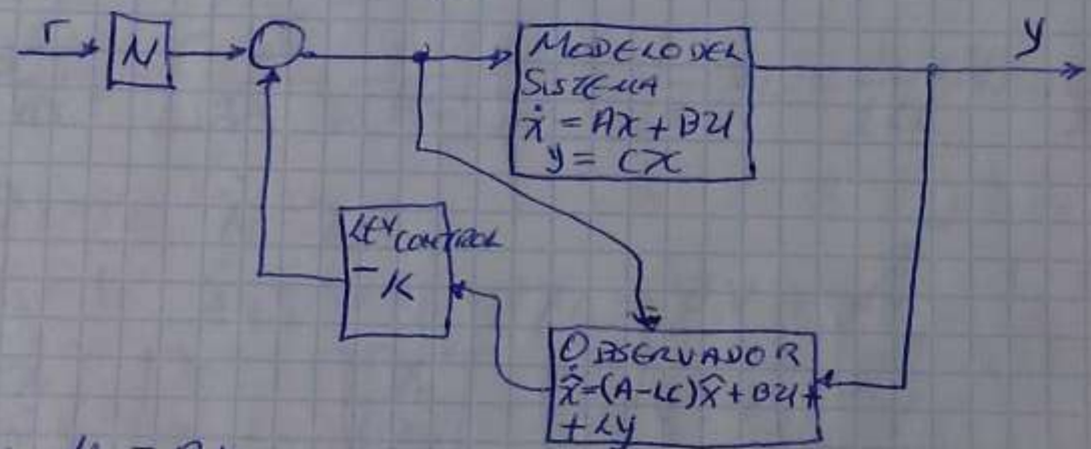
$$u - Nr \qquad \underbrace{A(x-\hat{x})}_{e} \qquad LCx$$

ó

$$\dot{e} = (A - LC)e + (BN - M)r$$

SÍ $M = BN$

$$\dot{e} = (A - LC)e \qquad \text{CON } M = BN$$



CON $M = BN$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L\tilde{y}$$

$$u = -K\hat{x} + Nr$$

COMO APROXIMACIÓN ALTERNA SE SUPONE QUE $N=0$ Y $M=L$
ENTONCES (1)

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L\tilde{y} - Lr$$

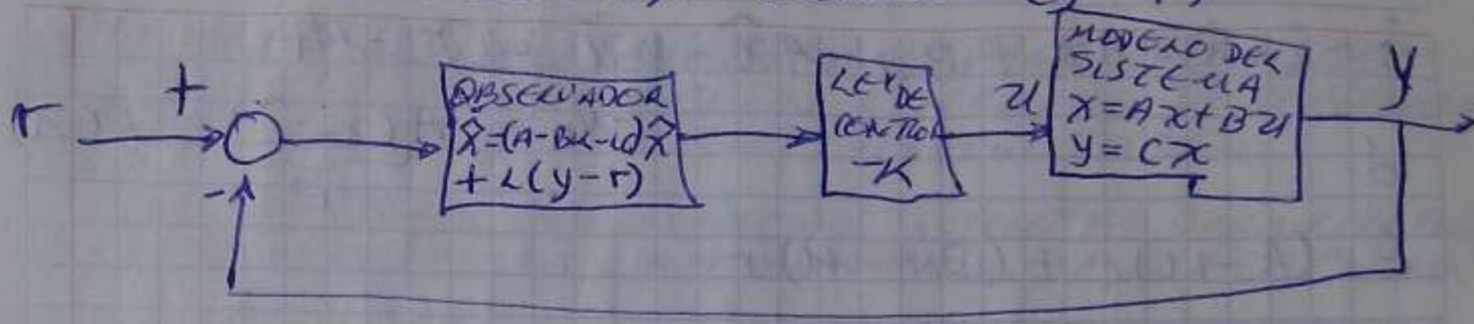
$$u = -K\hat{x}$$

LO QUE PUEDE ESCRIBIRSE COMO

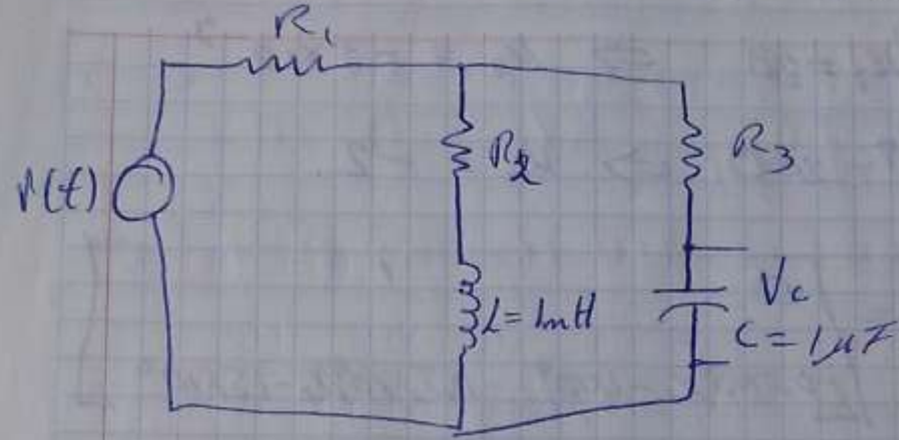
$$\dot{\hat{x}} = (A - BK - LC)\hat{x} + L(y - r)$$

$$u = -K\hat{x}$$

EN ESTA FORMULACIÓN EL OBSERVADOR ESTÁ DIRIGIDO POR EL ERROR DE SEGUIMIENTO $(y - r)$



$R_1 = R_2 = R_3 = 1K.$



$$\frac{d^2 V_c}{dt^2} + \left[\frac{3R}{2L} + \frac{1}{2RC}\right]\frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{LC} V_c = \frac{1}{2LC} v(t) + \frac{1}{2RC}\dot{v}(t)$$

$x_1 = V_c \quad \dot{x}_1 = x_2$

$x_2 = \dot{V}_c \quad \dot{x}_2 = -\alpha x_2 - \beta x_1 + \gamma v + \cancel{\psi \dot{v}}\ 0$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1 \\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\beta & -\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma \end{bmatrix} v + \cancel{\begin{bmatrix} 0 \\ W \end{bmatrix}\dot{v}}\ 0$$

$y = CX = [1 \ 0]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

DISEÑAR CONTROLADOR

$u = -KX$

$K = [K_1 \ K_2]$

$\dot{X} = AX - BKX = (A - BK)X$

LA EC. CARACT. ES.

$\det[SI - (A - BK)] = S^2 + (1.5 \times 10^6 + 0.5 \times 10^9 K_2)S + (0.5 \times 10^9 K_1 + 1 \times 10^9) = 0$

EC CARAC DESEADA

$(S + 10 + 10j)(S + 10 - 10j) = S^2 + 20S + 200 = 0$ POLINOM DESEADO

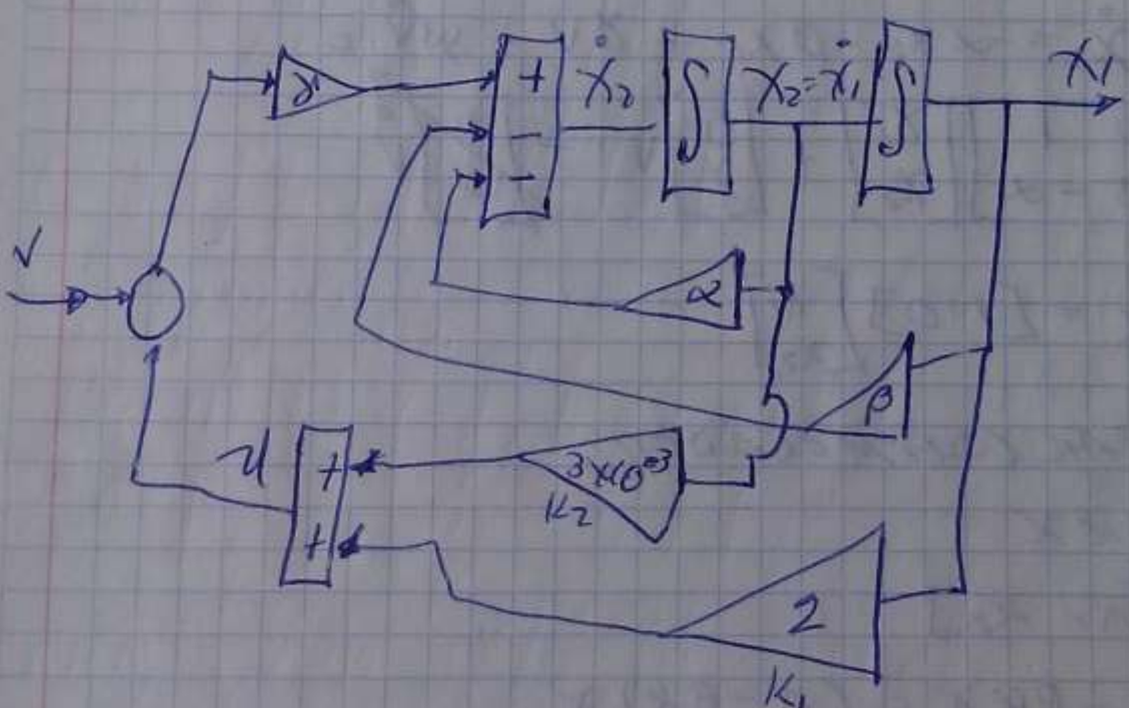
$$1.5\times10^{6} + 0.5\times10^{9} k_2 = 20 \Rightarrow k_2 = -3\times10^{-3}$$

$$0.5\times10^{9} k_1 + 1\times10^{9} = 200 \Rightarrow k_1 = -2.$$

$$\dot{x} = (A - BK)x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.5\times10^{9}k_1 - 1\times10^{9} & -0.5\times10^{9}k_2 - 1.5\times10^{6} \end{bmatrix}$$

$$u = -Kx = \begin{bmatrix} 2 & 3\times10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$2x_1 + 3\times10^{-3} x_2.$$

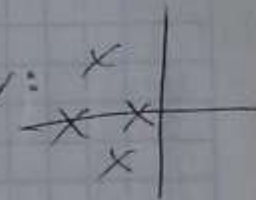


1) DISEÑO DE UN SIST. DE 2° ORDEN UTILIZANDO LA FUNCIÓN AKER

DADO EL SIG MODELO

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad , \det(SI - A) = 0$$

LOS POLOS DESEADOS EN LAZO CERRADO SON:



$$S_{1,2} = -1 \pm j$$

PARA APLICAR LA FÓRMULA DE ACKERMAN, SE FORMA EL VECTOR

$$P = \begin{bmatrix} -1+j \\ -1-j \end{bmatrix}$$

EN MATLAB:

```
A=[0 1 ; 0 0] ,
B=[0 ; 1 ] ;
P=[-1+j ; -1 -j];
K=acker(A,B,P)
K=[2 2]
```

ENTONCES.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

SIMULACIÓN EN ESPACIO DE ESTADOS Y SIMULINK DADO EL SIST.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad , \quad y = Cx + Du$$

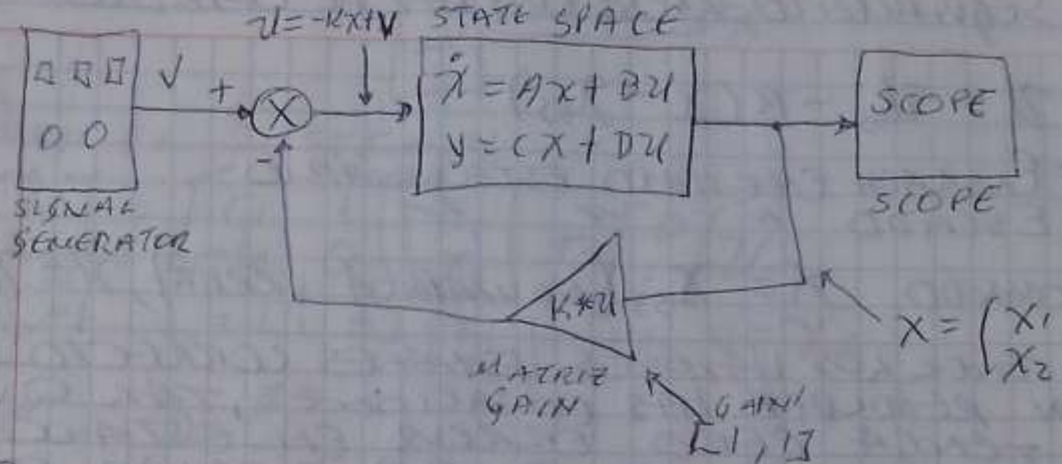
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} , \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

LA LEY DE CONTROL

$$u = -Kx \mp V$$

AMPLITUD=1
FRECUENCY=1
UNITS: HERTZ.



CALCULAR MEDIANTE ACKER UNA REALIMENTACIÓN K ESEM:

$K=[1\ \ 1]$ $\qquad s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2$

ESTE SITUA A LOS POLOS EN LAZO CERRADO EN $s=-1$, $s=-3$

$x(0)=\begin{pmatrix}x_1(0)\\x_2(0)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ > CONDICIONES INICIALES $\qquad s^2+4s+4$

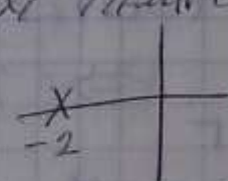
PROBLEMA: UNA BOLA DE ACERO SUSP. MAGNETICAMENTE SE PUEDE DESCRIBIR MEDIANTE LA EC. LINEAL.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}0&1\\3&0\end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}}_{B}u$$

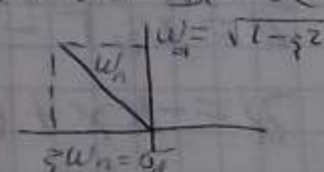
x_1 = POSICIÓN
x_2 = VELOCIDAD } AMBAS MEDIBLES

DISEÑE UN CONTROL, DE MANERA QUE EL SIST. SEA CRITICAMENTE AMORTIGUADO Y UN TIEMPO DE ASENTAMIENTO DE 2 SEG.

$\xi=1 \quad t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=2$



$S_1=-2$
$S_2=-2$



$\omega_n=2 \quad P=(s+2)(s+2)=s^2+2s+2s+4$
$[1\quad 4\quad 4]$

$K=acker(A,B,P)$

$C=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$P=\begin{bmatrix}-2\\-3\end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$

PARA OBTENER UNA SALIDA DE LOS ESTADOS CON ERROR CERO O SEGUIMIENTO, LA NUEVA LEY DE CONTROL SERÁ

$$u = u_{ss} - K(x - x_{ss})$$

u_{ss} = ENTRADA EN ESTADO ESTACIONARIO
x_{ss} = ESTADO " " "

TAL QUE CUANDO $x = x_{ss}$ (NO HABRÁ ERROR), $u = u_{ss}$

PARA OBTENER LOS VALORES FINALES CORRECTOS, SE DEBERÁN RESOLVER LAS ECUACIONES, TAL QUE EL SIST. TENGA CERO ERROR EN ESTADO ESTACIONARIO A CUALQUIER ENTRADA CTE.

DADO:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}\right\} \text{CON ESTADO ESTACIONARIO} \rightarrow \begin{aligned} 0 &= Ax_{ss} + Bu_{ss} \\ y_{ss} &= Cx_{ss} + Du_{ss} \end{aligned}$$

SE REQUIERE RESOLVER PARA VALORES, LOS CUALES $y_{ss} = r_{ss}$ PARA CUALQUIER VALOR DE r_{ss}

PARA HACER ESTO SE HACE:

$$x_{ss} = N_x r_{ss} \quad y \quad u_{ss} = N_u r_{ss}$$

CON ESAS SUSTITUCIONES, SE EXPRESA UNA EC. MATRICIAL, DONDE EL FACTOR. r_{ss} SE CANCELA PARA DAR LA EC. DE GANANCIAS

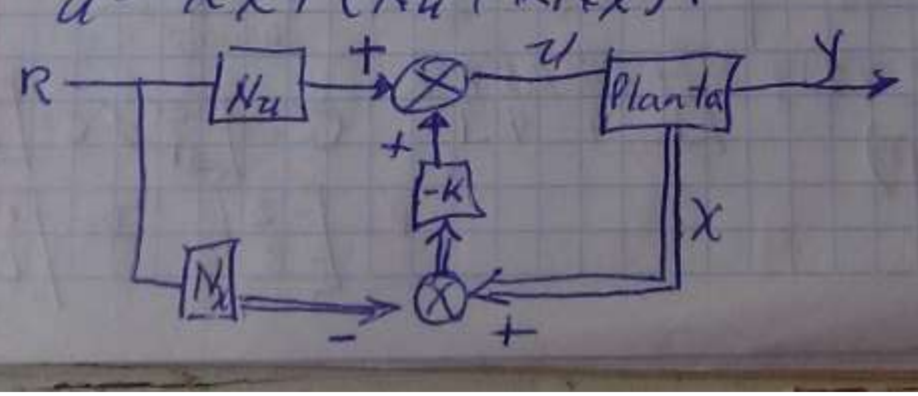
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{TAL QUE} \quad \begin{bmatrix} N_x \\ N_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

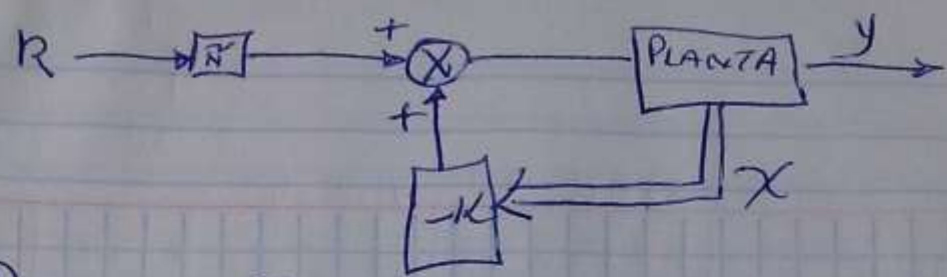
CON ESOS VALORES FINALMENTE OBTENEMOS LAS BASES PARA INTRODUCIR LA ENTRADA DE REFERENCIA PARA CONSEGUIR UN ERROR EN ESTADO ESTACIONARIO CERO A UNA ENTRADA ESCALÓN.

$$u = N_u r - K(x - N_x r)$$

$$\Rightarrow u = -Kx + \tilde{N} r$$

$$u = -Kx + (N_u + KN_x) r$$





DADO EL SISTEMA:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_0^2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u.$$

$\omega_0 = 1$ $\quad y = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} \Rightarrow y = x_1$

$$D = 0$$

ENTONCES

$$\begin{bmatrix}N_x\\ N_u\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix} \qquad N_x = \begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix} \quad N_u = 1$$

LA EC. CARACTERÍSTICA DESEADA ES:

$P = (s + 2\omega_0)^2$, POR CONSIGUIENTE

$$P = \begin{bmatrix}4\omega_0\\ 4\omega_0^2\end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix}3\omega_0^2 & 4\omega_0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix}$$

$$\tilde{N} = \underset{\downarrow\ 1}{N_u} + K N_x = 4.$$

$$\underbrace{1}_{1} + \underbrace{\begin{bmatrix}3 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}}_{3} = 4.$$

UNA VEZ CON EL MODELO APROXIMADO DE SEGUNDO ORDEN CON $f_{eq}=0$
SUSTITUYENDO LOS PARÁMETROS ANTERIORES EN LA EXPRESIÓN

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{K_{bf}}{LJs^2 + (RJ + \cancel{Lf_{eq}})s + \cancel{f_{eq}}R + K_{bf}^2}$$

DONDE

$L = 65\,\mu H = 0.000065\,H$

$J = 5.7\ gcm^2 = 5.7\times10^{-7}\ Kg\,m^2$

$R = 1.9\ \Omega$

$K_{bf} = 1.4\ \frac{mV}{rpm} = \frac{1.4\times10^{-3}}{0.105}\ \frac{V}{rad/s} = 0.0133\ \frac{V}{rad/s}$ $\qquad 1\,rpm = \frac{2\pi}{60}\ \frac{rad}{s}$

$K_{bf} \approx 13.4\times10^{-3}\ \frac{Nm}{A}$

$1\,m^2 = 10\,000\,cm^2$

$1\,Kg = 1000\,g$ $\qquad \left(5.7\,\cancel{gcm^2}\right)\left(\frac{1\,Kg}{1000\,g}\right)\left(\frac{m^2}{10000\,cm^2}\right) = \frac{5.7\ Kg\,m^2}{(1000)(10000)} =$

SUSTITUYENDO LOS VALORES.

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{13.4\times10^{-3}}{(65\times10^{-6})(5.7\times10^{-7})s^2 + (1.9)(5.7\times10^{-7})s + (13.4\times10^{-3})^2}$$

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{13.4\times10^{-3}}{3.705\times10^{-11}s^2 + 1.083\times10^{-6}s + 1.7956\times10^{-4}}$$

DONDE

$\omega(s)[3.705\times10^{-11}s^2 + 1.083\times10^{-6}s + 1.7956\times10^{-4}] = 13.4\times10^{-3}\,u(s)$

NORMALIZAMOS.

$\omega(s)[s^2 + 29230.775s + 4,846,423.75] = 361,673,414.3\,u(s)$

$\ddot{\omega} + 29230.77\dot{\omega} + 4846,423.75\,\omega = 361,673,414.3\,u$

$x_1 = \omega \quad \dot{x}_1 = x_2$

$x_2 = \dot{\omega} \quad \dot{x}_2 = -\underbrace{29230.77}_{\alpha}x_2 - \underbrace{4846\,423.75}_{\beta}x_1 + \underbrace{361\,673\,414.3}_{\theta}u$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\beta & -\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \theta\end{bmatrix}u$$

$$\omega = CX = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

UNA VEZ CON EL DISEÑO EN ESPACIO DE ESTADOS PODEMOS MANEJARLO EN MATLAB

$$F.T. = \frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{\overbrace{361,673,414.3}^{N}}{s^2 + \underbrace{29230.77}_{E}s + \underbrace{4,846,423.75}_{F}}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -F & -E \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix}}_{B} u$$

$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

PODEMOS VER SI LA FUNCION EN EL SISTEMA ES CONTROLABLE REALIZANDO $|P_c|$

$$P_c = [B \;\; AB] = \begin{bmatrix} 0 & N \\ N & -EN \end{bmatrix}$$

$|P_c| = -(N)(N) = -N^2 \neq 0 \therefore$ EL SISTEMA ES CONTROLABLE

PODEMOS VER SI LA FUNCIÓN ES OBSERVABLE EL SISTEMA REALIZANDO $|P_o|$

$$P_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad |P_o| = 1 \neq 0 \therefore$$ EL SISTEMA ES OBSERVABLE

UNA VEZ QUE SABEMOS QUE EL SISTEMA ES OBSERVABLE Y CONTROLABLE Y LA MATRIZ DE REALIMENTACIÓN EN VARIABLE DE ESTADOS ES:

$K = [K_1 \;\; K_2]$ Y LA LEY DE CONTROL ES: $u = -KX$

EL SIST EN LAZO CERRADO SE VERIA DE LA FORMA:

$$\dot{x} = AX + B(-KX) = (A - BK)x$$

$$[A - BK] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -F & -E \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ NK_1 & NK_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -F-NK_1 & -E-NK_2 \end{bmatrix}$$

Corriente Directa

LA ECUACIÓN CARACTERÍSTICA ES:

$$\det(\lambda I - [A-BK]) = \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(F+NK_1) & -(E+NK_2) \end{bmatrix} \right| = \left| \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ F+NK_1 & \lambda+E+NK_2 \end{bmatrix} \right|$$

$$\lambda(\lambda+E+NK_2)-(-F-NK_1) = \lambda^2+\lambda E+\lambda NK_2+F+NK_1$$
$$= \lambda^2+(E+NK_2)\lambda+F+NK_1$$

$$\Delta(\lambda) = \lambda^2+2\xi\omega_n\lambda+\omega_n^2$$

COMO QUIERO UNA RÁPIDA RESPUESTA Y QUIERO QUE MIS ESPECIFICACIONES SEAN:

$\xi = 0.8$

$T_s = 1\ seg$

$$si\ T_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{(0.8)(1)} = 5\ \frac{rad}{s}$$

QUEDANDO EL POLINOMIO DESEADO

$$\lambda^2+8\lambda+25 = \lambda^2+(E+NK_2)\lambda+F+NK_1$$

COMPARANDO LOS TÉRMINOS DEL POLINOMIO DESEADO

$$E+NK_2 = 8 \Rightarrow K_2 = \frac{8-E}{N} = -8.0799\times10^{-5}$$

$$F+NK_1 = 25 \Rightarrow K_1 = \frac{25-F}{N} = -0.0134$$

LEY DE CONTROL

$u = -Kx$

$T_s = 1\ seg$

$\omega_n = 5\ \frac{rad}{s}$

$K_1 = -0.0134$

$K_2 = -8.0799\times10^{-5}$

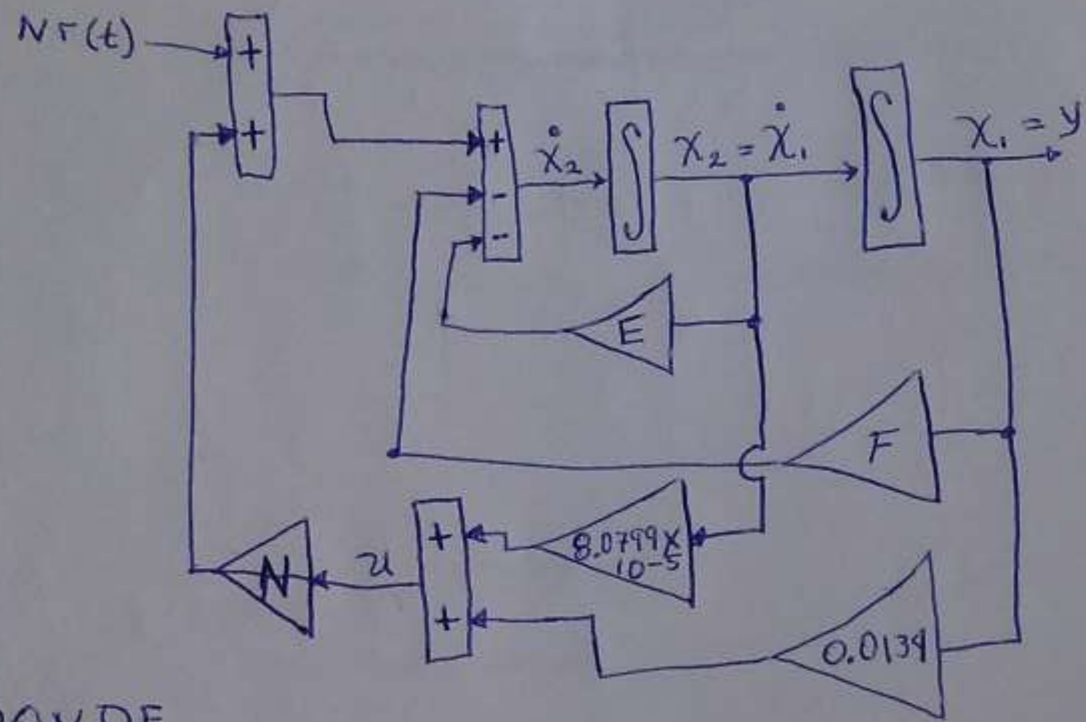
$$K = [-0.0134 \quad -8.0799\times10^{-5}]$$

$$\dot{x} = Ax+B(-Kx) = (A-BK)x$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -F & -E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ N \end{bmatrix} u \qquad y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$-Kx = [0.0134 \quad 8.0799\times10^{-5}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0.0134x_1 + 8.0799\times10^{-5}x_2$$

LA SOLUCIÓN EN DIAGRAMA DE BLOQUES QUEDA DE LA SIG. MANERA.



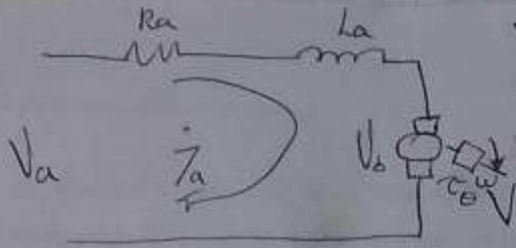
DONDE

$E = 29230.77$

$F = 4846423.75$

$N = 361673414.3$

$r(t)$ = ENTRADA DE REFERENCIA.



$V_L = L\frac{di}{dt}$ LVK

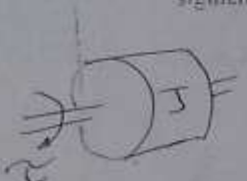
$V_a = R_a i_a + L\frac{di}{dt} + V_b$

DESPEJANDO $L\frac{di}{dt}$ NOS DA (A.1)

$V_b = K_E \omega$

Motor de Corriente Directa

El modelo matemático[11] de un motor de DC de imán permanente con armadura en serie es el siguiente:



$$L\frac{di}{dt} = u - Ri(t) - k_M\,\omega(t) \qquad \text{(A.1)}$$ (PARTE ELÉCTRICA)

$$J\frac{d\omega}{dt} = k_M\,i(t) - f_{eq}\,\omega(t) \qquad \text{(A.2)}$$ [PARTE MECÁNICA]

$\tau = J\frac{d^2\theta}{dt^2} + f_{eq}$

$\frac{d^2\theta}{dt} = \tau - f_{eq}$

$= K i_a$

Donde

$L =$ Inductancia de armadura

$i =$ Corriente de armadura

$u =$ Voltaje de control aplicado en la armadura

$R =$ Resistencia de armadura

$k_M =$ Constante de la Fuerza Contra Electro Motriz $= K_{...} = K_{...}$

$\omega =$ Velocidad angular de la flecha

$J =$ Inercia del rotor y carga

$f_{eq} =$ Coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor y la carga referido al eje del motor.

En términos de Laplace:

$$L\,s\,i(s) = -R\,i(s) - k_M\,\omega(s) + u(s) \qquad \text{(A.3)}$$

$$J\,s\,\omega(s) = k_M\,i(s) - f_{eq}\,\omega(s) \qquad \text{(A.4)}$$

Janet.

227.6 → velocidad

~~230~~ 228 $\frac{Rad}{s}$ → motor (voltaje.) – 22.4 V

X . 632

[11] Ver [9]

velocidad ω.

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{LJs^2 + s(RJ + Lf_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2} \qquad (A.5)$$

La ecuación A.5 representa el modelo matemático del motor, pero se desconocen los valores de cada parámetro. Una aproximación válida del modelo real puede ser un modelo de primer orden que nos permitiría caracterizar fácilmente el modelo del Motor de CD. Para ello es necesario hacer las siguientes consideraciones:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{LJs^2 + s(RJ + Lf_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2}$$

$$= \frac{\frac{k_{bf}}{J}}{Ls^2 + s(R + \frac{Lf_{eq}}{J}) + \frac{f_{eq}R + k_{bf}^2}{J}}$$

Si suponemos que $L << 1$ y que $f_{eq} << 1$, quedaría:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{\frac{k_{bf}}{J}}{Rs + \frac{k_{bf}^2}{J}} = \frac{\frac{k_{bf}}{RJ}}{s + \frac{k_{bf}^2}{RJ}}$$

Que es una expresión de primer orden:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{K}{s + B}$$

Donde

$K = \frac{k_{N}}{RJ}$ Representa la ganancia del sistema

$B = \frac{k_{N}^{2}}{RJ}$ Es el polo del sistema

Por lo tanto podemos caracterizar el motor suponiendo que se trata de un sistema de primer orden.

Si le aplicamos al sistema una entrada escalón $u(s) = \frac{1}{s}$ entonces la salida sería:

$$\omega(s) = \left(\frac{K}{s+B}\right)u(s) = \frac{K}{s(s+B)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+B}$$

Al resolver la expresión anterior por fracciones parciales y evaluando las constantes a y b se obtiene lo siguiente:

$$a = \frac{K}{B}$$

$$b = -\frac{K}{B}$$

Por lo tanto:

$$\omega(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+B} = \frac{\frac{K}{B}}{s} + \frac{-\frac{K}{B}}{s+B} = \frac{K}{Bs} - \frac{K}{B(s+B)} = \frac{K}{B}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+B}\right)$$

En el dominio del tiempo:

$$\omega(t) = \frac{K}{B}\left(1 - e^{-Bt}\right)$$

Con la ecuación anterior podemos obtener el valor de las constantes K y B que caracterizan al motor, midiendo experimentalmente los valores de la velocidad en estado permanente y de la velocidad para $t = \tau$, donde τ es la constante de tiempo y equivale al tiempo en el que la respuesta del sistema es igual al 63.2% de su valor final.

El valor de la velocidad angular cuando se le aplicó una entrada escalón de 24 [V] al motor de CD fue de 230 [rad/s]. Y el tiempo que tardó el sistema en alcanzar el 63.2 % de su valor final fue 0.49s. es decir: $\tau = 0.49s$ en cuyo instante el valor de velocidad angular fue 145 [rad/s].

Por lo que: [V]

$$\omega(t \to \infty) = \frac{24K}{B} = 230\left[\frac{rad}{s}\right]$$

201

$$\frac{K}{B} = \frac{230}{24} = 9.58$$

Además

$$\omega(t = \tau) = 24\frac{K}{B}\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

1 2 7

$$24\frac{K}{B}\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

$$24(9.58)\left(1 - e^{-0.49B}\right) = 145$$

$$1 - e^{-0.49B} = \frac{145}{230}$$

$$e^{-0.49B} = 1 - \frac{145}{230} = 0.369$$

$$-0.49B = LN(0.369) = -0.995$$

$$B = \frac{-0.995}{-0.49} = 2.03$$

Por lo tanto

$$K = 9.58 \cdot 2.03 = 19.45$$

Finalmente:

$$\boxed{H(s) = \frac{19.45}{s + 2.03}}$$

$\tau = 0.04635$

Conociendo el valor de las constantes K y B del modelo de primer orden podemos determinar el valor de los parámetros eléctricos y mecánicos del motor.

Sabemos que:

$$K = \frac{k_{bf}}{RJ} = 19.45$$

$$B = \frac{k_{bf}^2}{RJ} = 2.03$$

$$B = K_{bf} \cdot \overbrace{\frac{K_{bf}}{RJ}}^{K}$$

$$B = k_{bf}K = 2.03$$

LA K MECANICA ES IGUAL A LA K ELECTRICA

Por lo que

$$\boxed{k_{bf} = \frac{2.03}{K} = \frac{2.03}{19.45} = 0.1043}$$

PUENTE DE INDUCTANCIAS SE PONE EN 20 mH. MULTÍMETRO TAMBIEN,

El valor de R y L se obtuvieron experimentalmente[17].

$$\boxed{R = 69.7 \quad \Omega}$$

$$\boxed{L = 4.458 \times 10^{-3}[H]}$$

Conociendo R y k_{bf} podemos encontrar J

$$\frac{k_{bf}}{RJ} = 19.45$$

$$\boxed{J = \frac{k_{bf}}{19.45R} = \frac{0.1043}{19.45(69.7)} = 7.69 \times 10^{-5}}$$

Por lo tanto los parámetros del motor quedan de la siguiente forma:

Eléctricos:

$$R = 69.7 \quad [\Omega]$$

$$k_{bf} = 0.1043\left[\frac{V}{\left(rad/_s\right)}\right]$$

$$L = 4.458 \times 10^{-3}[H]$$

[17] Ver [9]

Mecánicos:

$$k_{bf} = 0.1043\left[\frac{Nm}{A}\right]$$

$$J = 7.69\times10^{-5}\left[kg\,m^2\right]$$

Finalmente podemos encontrar el modelo aproximado de segundo orden sustituyendo los parámetros anteriores en el modelo del motor y considerando que $f_{eq} = 0$:

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{k_{bf}}{LJs^2 + s(RJ + Lf_{eq}) + f_{eq}R + k_{bf}^2}$$

$$\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{0.1043}{(4.458\times10^{-3})(7.69\times10^{-5})s^2 + 69.7(7.69\times10^{-5})s + (0.1043)^2}$$

$$\boxed{\frac{\omega(s)}{u(s)} = \frac{0.1043}{3.42\times10^{-7}s^2 + 0.0053s + 0.0108}}$$

A continuación se presenta el motor real.

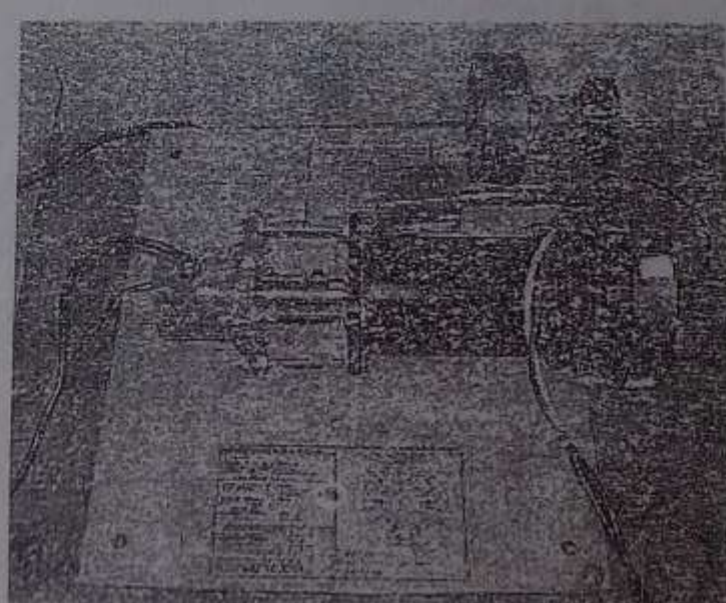
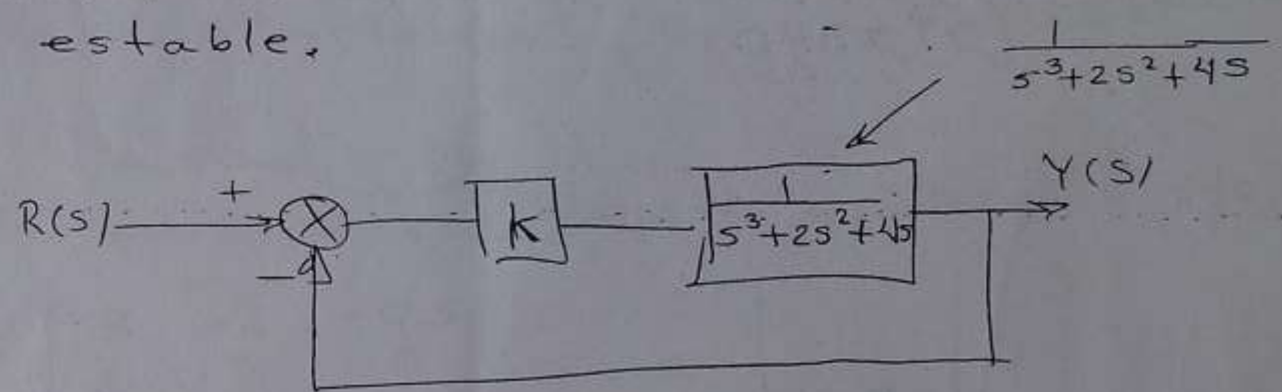


Figura A.1 Motor Real

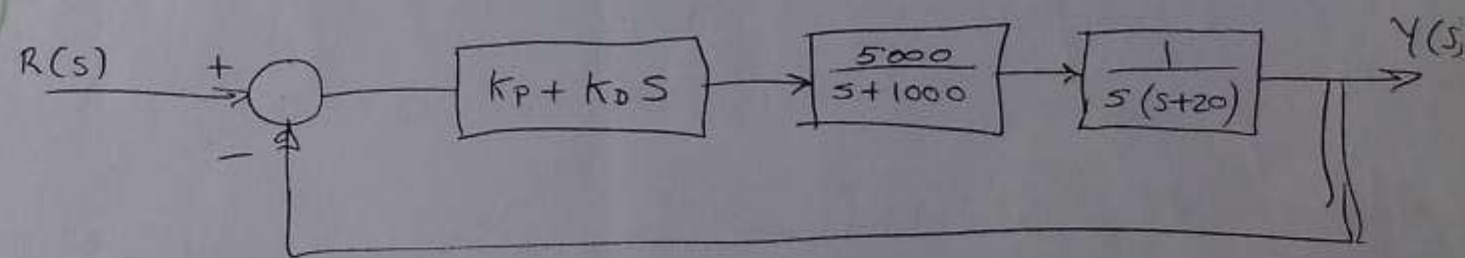
Examen Diseño de Controladores.

Diciembre 2014.

- Utilice el criterio de Routh-Hurwitz para determinar el valor de k, tal que el sistema sea estable.



2 - Diseñe un control P~~I~~D para el sig. sist.



S.V. < 5%

t_s < 250mS

Respuesta máxima a una Perturbación unitaria menor a 5×10^{-5}.

- Estudie y explique claramente el método de diseño de controladores PID mediante el método Ziegler & Nichols.

Aplique el método para diseñar el control PID de su motor de D.C.

Estudie el método de diseño de observador y controlador por espacio de estados con entrada de referencia. Haga el diseño correspondiente para su motor de D.C., Explique las especificaciones de diseño. Realice las simulaciones correspondientes. Para analizar los estados del sistema. (PROYECTO).

5.- Un motor de c.c. tiene un modelo en v. edo:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -0.5 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1.25 \end{bmatrix} X.$$

Determinar si es controlable y observable.

6.- Considere el sig. sistema.

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -5 & 10 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y = Cx + Du \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Verificar si el sistema es observable. Si lo es, diseñar un observador de estados completo situando los polos en $S_{1,2} = -1$.

7- Considerar el sistema de tercer orden

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

Verificar si el sist. es observable. Si lo es ~~diseñar un observador de estados completo situando los polos en~~ $\cancel{s_{1,2} = -1}$ determinar la matriz de ganancia del observador que se requiere para situar los polos en

$$s_{1,2} = -1 \pm 2j$$

$$s_3 = -10$$

8- Un sistema tiene un modelo

OK

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & -1.75 & -1.25 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Diseñe las ganancias de realimentación, considerando que todos los estados son medibles, tal que los polos en lazo cerrado se ubiquen en -4, -4 y -5.